basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIOR SERTIFIKAAT/ NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2020

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 24 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vraestel beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik in die beantwoording van die vrae, duidelik aan.

4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.

5. Jy kan 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders gemeld.

7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

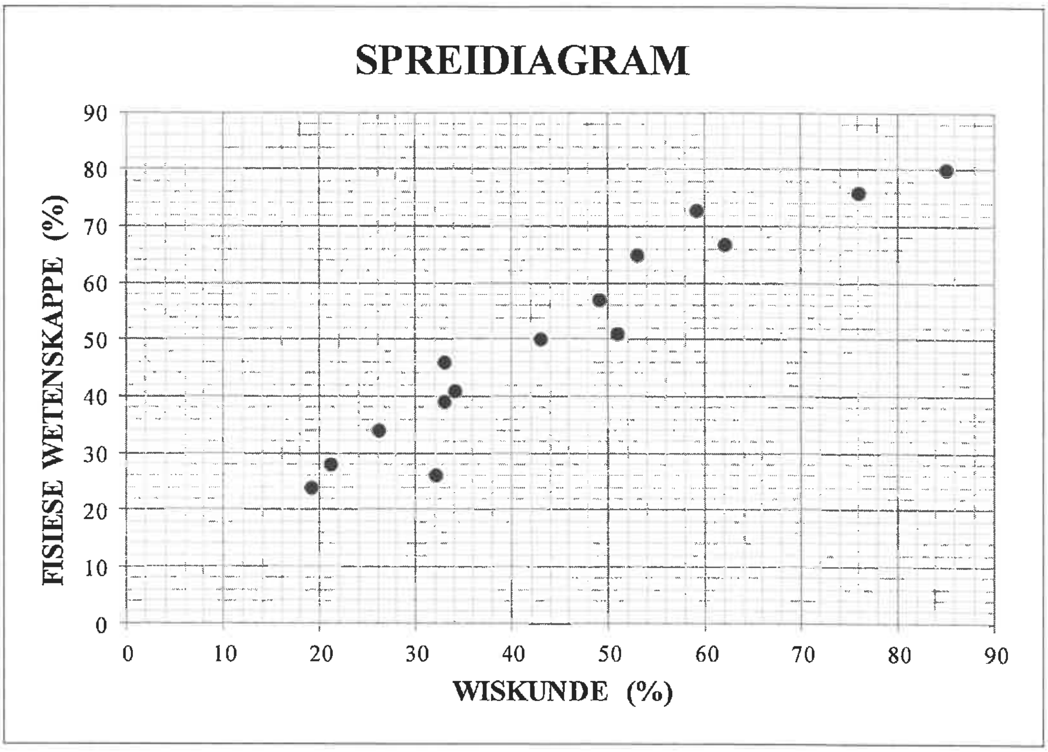
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

'n Wiskunde-onderwyseres was nuuskierig om vas te stel of haar leerders se Wiskundepunte hulle Fisiese Wetenskappe-punte beïnvloed het. In die tabel hieronder word 15 van die leerders in haar klas se Wiskunde- en Fisiese Wetenskappe-punte as 'n persentasie (%) getoon.

WISKUNDE (AS %)	26	62	21	33	53	76	32	59	43	33	49	51	19	34	85
FISIESE WETENSKAPPE (AS %)	34	67	28	46	65	76	26	73	50	39	57	51	24	41	80



1.1 Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn vir die data. (3)

1.2 Skets die kleinstekwadrate-regressielyn op die spreidiagram wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf word. (2)

1.3 Voorspel die Fisiese Wetenskappe-punt van 'n leerder wat 69% in Wiskunde behaal het. (2)

1.4 Skryf die korrelasiekoëffisiënt tussen die Wiskunde- en Fisiese Wetenskappe-punte vir die data neer. (1)

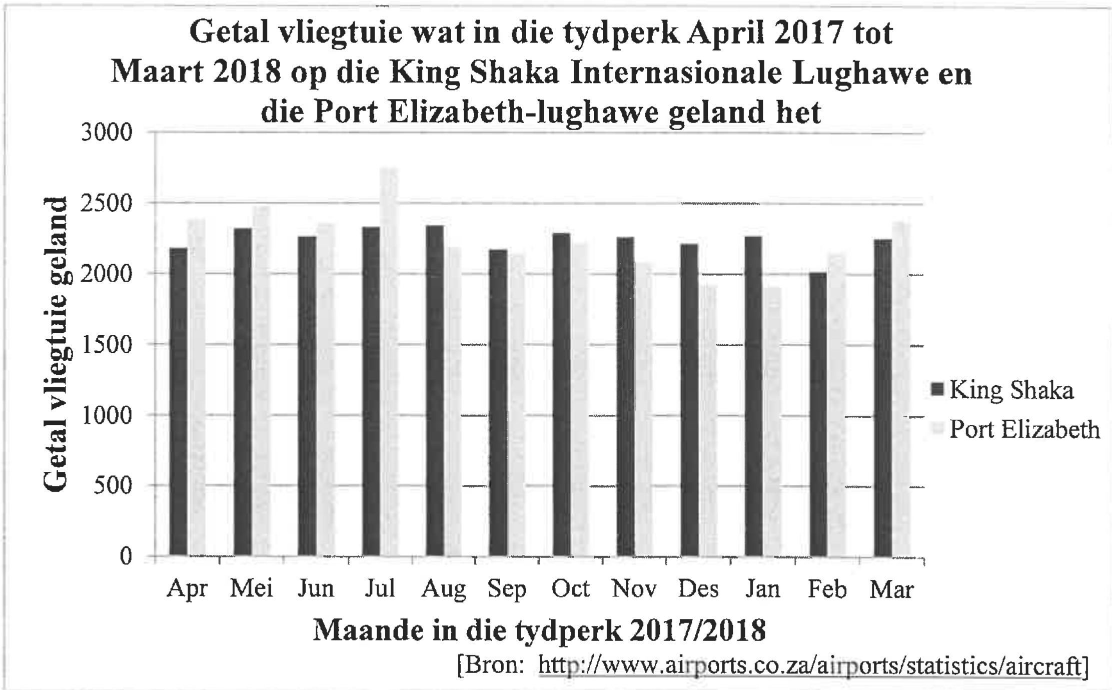
1.5 Lewer kommentaar op die sterkte van die korrelasie tussen die Wiskunde- en Fisiese Wetenskappe-punte van die data. (1)

1.6 Watter tendens het die onderwyseres tussen die uitslae van die twee vakke waargeneem? (1)

[10]

VRAAG 2

Die getal vliegtuie wat in die tydperk vanaf April 2017 tot Maart 2018 op die King Shaka Internasionale Lughawe en die Port Elizabeth-lughawe geland het, word in die dubbelstaafgrafiek hieronder getoon.



2.1 Die getal vliegtuie wat gedurende party maande van die gegewe tydperk op die Port Elizabeth-lughawe geland het, oorskry die getal landings op die King Shaka Internasionale Lughawe. Gedurende watter maand is hierdie verskil die grootste? (1)

2.2 Die getal vliegtuie wat maandeliks op die King Shaka Internasionale Lughawe geland het is:

2 182	2 323	2 267	2 334	2 346	2 175
2 293	2 263	2 215	2 271	2 018	2 254

Bereken die gemiddelde getal van die data (2)

2.3 Bereken die standaardafwyking van die getal vliegtuiglandings op die King Shaka Internasionale Lughawe vir die gegewe tydperk. (2)

2.4 Bepaal die getal maande waartydens die getal vliegtuiglandings op die King Shaka Internasionale Lughawe binne een standaardafwyking vanaf die gemiddelde was. (3)

2.5 Watter EEN van die volgende bewerings is KORREK?

A. Daar was meer landings in Desember en Januarie op die Port Elizabeth-lughawe as op die King Shaka Internasionale Lughawe.

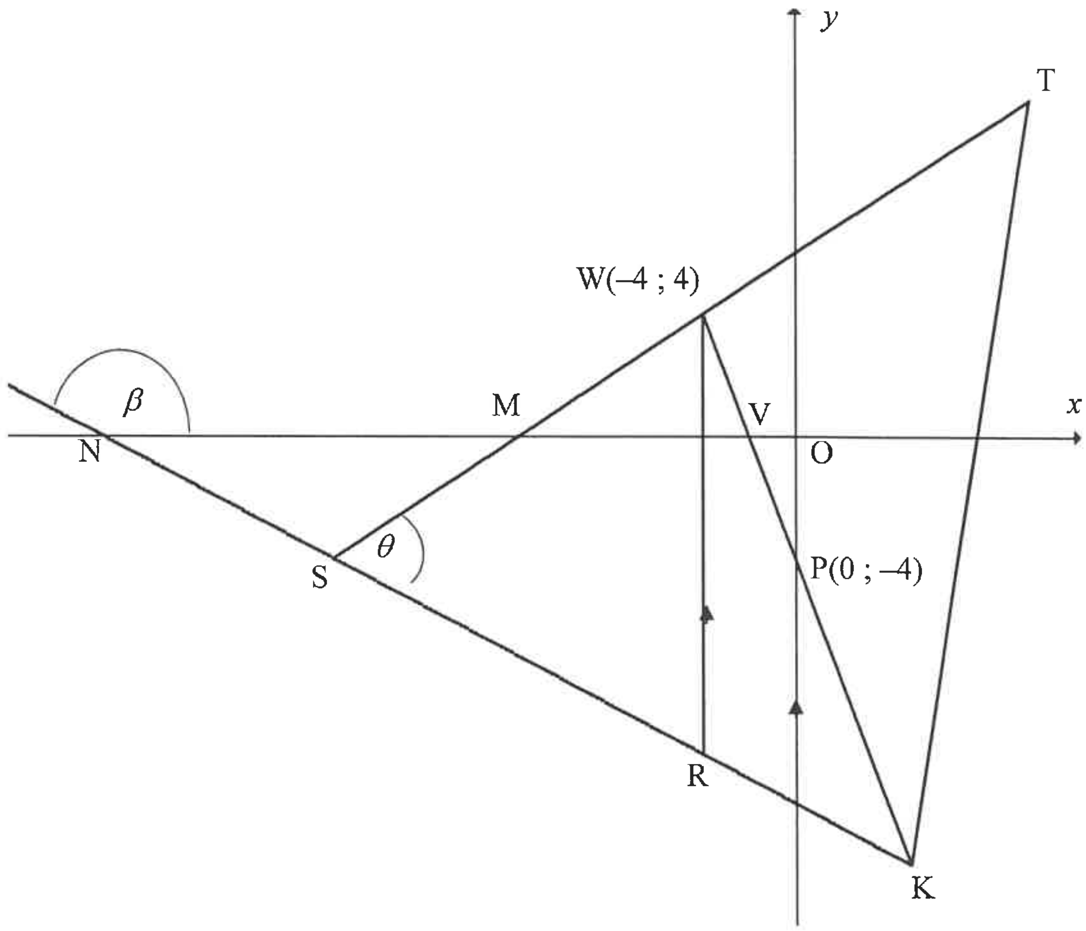
B. Daar was vir die gegewe tydperk 'n groter variasie in die getal vliegtuiglandings op die King Shaka Internasionale Lughawe as op die Port Elizabeth-lughawe.

C. Die standaardafwyking van die getal vliegtuiglandings op die Port Elizabeth-lughawe sal hoër wees as die standaardafwyking van die getal vliegtuiglandings op die King Shaka Internasionale Lughawe. (1)

[9]

VRAAG 3

ΔTSK is geskets. Die vergelyking van ST is $y = \frac{1}{2}x + 6$ en ST sny die x-as by M. W(–4 ; 4) lê op ST en R lê op SK sodanig dat WR ewewydig aan die y-as is. WK sny die x-as by V en die y-as by P(0 ; –4). KS verleng, sny die x-as by N. $\hat{TSK} = \theta$.



3.1 Bereken die gradiënt van WP. (2)

3.2 Toon dat WP $\perp$ ST. (2)

3.3 As die vergelyking van SK as $5y + 2x + 60 = 0$ gegee word, bereken die koördinate van S. (4)

3.4 Bereken die lengte van WR. (4)

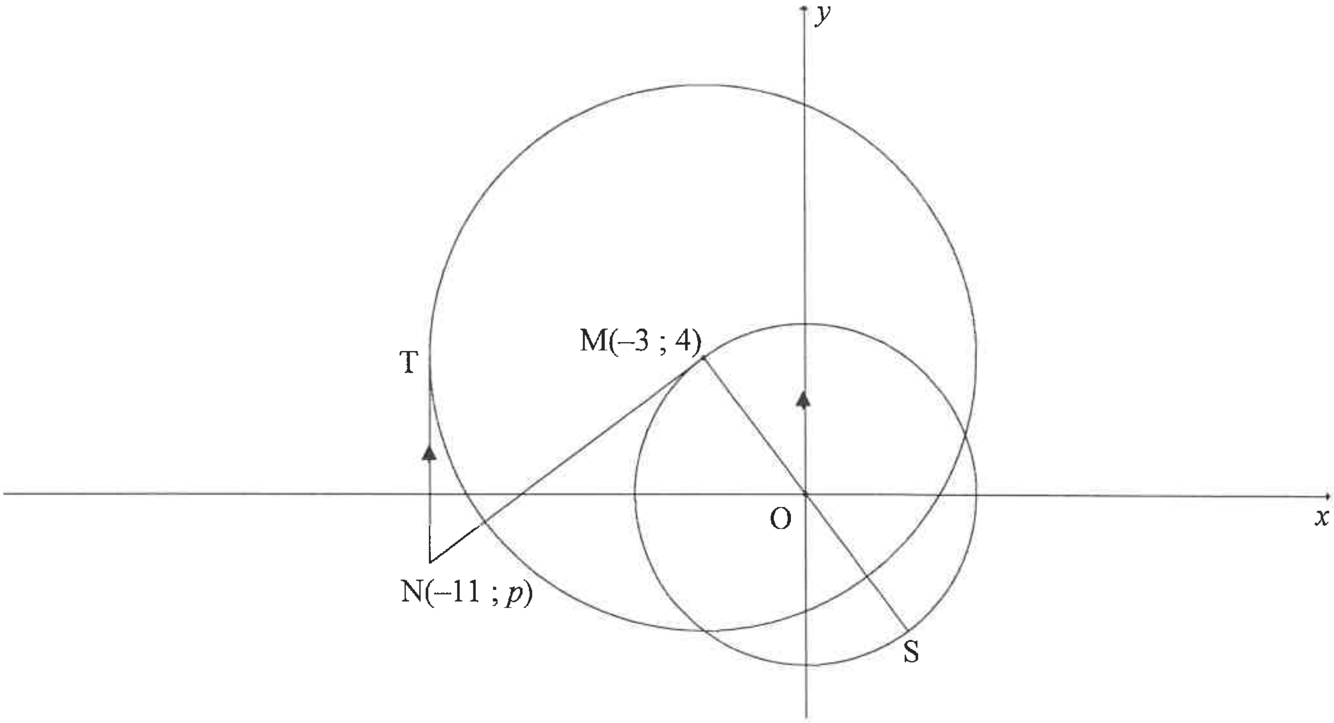
3.5 Bereken die grootte van θ. (5)

3.6 Laat L 'n punt in die derde kwadrant wees sodanig dat SWRL, in daardie volgorde, 'n parallelogram vorm. Bereken die oppervlakte van SWRL. (4)

[21]

VRAAG 4

M(–3 ; 4) is die middelpunt van die groot sirkel en 'n punt op die kleiner sirkel met middelpunt O(0 ; 0). Vanaf N(–11 ; p) is 'n raaklyn getrek aan die groter sirkel by T met NT ewewydig aan die y-as. NM is 'n raaklyn aan die kleiner sirkel by M met MOS 'n middellyn.



4.1 Bepaal die vergelyking van die klein sirkel. (2)

4.2 Bepaal die vergelyking van die sirkel met middelpunt M in die vorm $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ (3)

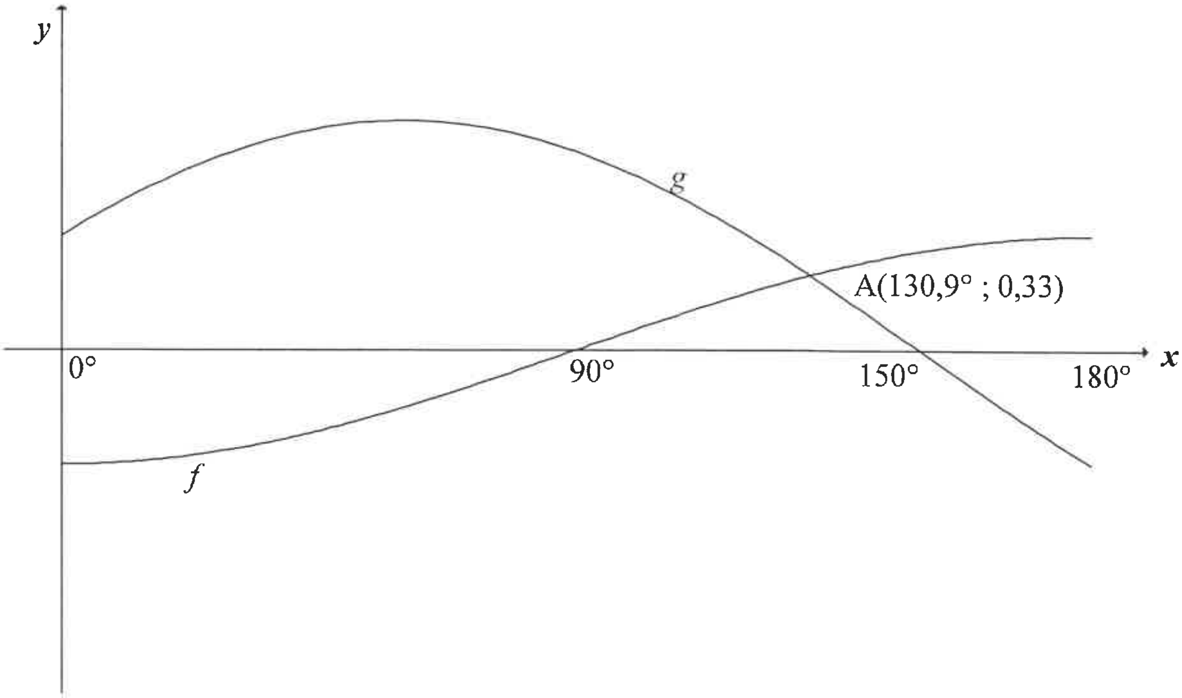
4.3 Bepaal die vergelyking van NM in die vorm $y = mx + c$ (4)

4.4 Bereken die lengte van SN. (5)

4.5 Indien nog 'n sirkel met middelpunt B(–2 ; 5) en radius k die sirkel met middelpunt M raak, bepaal die waarde(s) van k, korrek tot EEN desimale syfer. (5)
[19]

VRAAG 5

Die grafieke van $f(x)=-\frac{1}{2}\cos x$ en $g(x)=\sin(x+30°)$, vir die interval $x\in[0°;\ 180°]$, is hieronder geskets. A(130,9° ; 0,33) is die benaderde snypunt van die twee grafieke.



5.1 Skryf die periode van g neer. (1)

5.2 Skryf die amplitude van f neer. (1)

5.3 Bepaal die waarde van $f(180°)-g(180°)$ (1)

5.4 Gebruik die grafieke om die waardes van x in die interval $x\in[0°\ ;\ 180°]$ te bepaal, waarvoor:

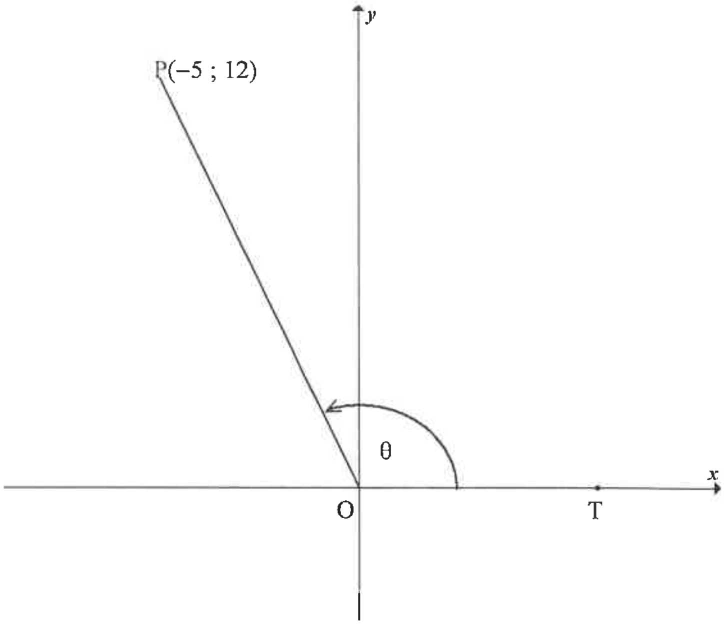
5.4.1 $f(x-10°)=g(x-10°)$ (1)

5.4.2 $\sqrt{3}\sin x+\cos x\ \geq 1$ (4)

[8]

VRAAG 6

6.1 In die diagram is P(–5 ; 12) en T lê op die positiewe x-as. $\hat{POT} = \theta$.



Beantwoord die volgende vrae **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**.

6.1.1 Skryf die waarde van $\tan\theta$ neer. (1)

6.1.2 Bereken die waarde van $\cos\theta$ (3)

6.1.3 S(a ; b) is 'n punt in die derde kwadrant sodat $\hat{TOS} = \theta + 90°$ en OS = 6,5 eenhede. Bepaal die waarde van b. (4)

6.2 Bepaal, **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**, die waarde van die volgende trigonometriese uitdrukking:

$$\frac{\sin 2x.\cos(-x) + \cos 2x.\sin(360° - x)}{\sin(180° + x)}$$ (5)

6.3 Bepaal die algemene oplossing van die volgende vergelyking:

$$6\sin^2 x + 7\cos x - 3 = 0$$ (6)

6.4 Gegee: $x + \frac{1}{x} = 3\cos A$ en $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$

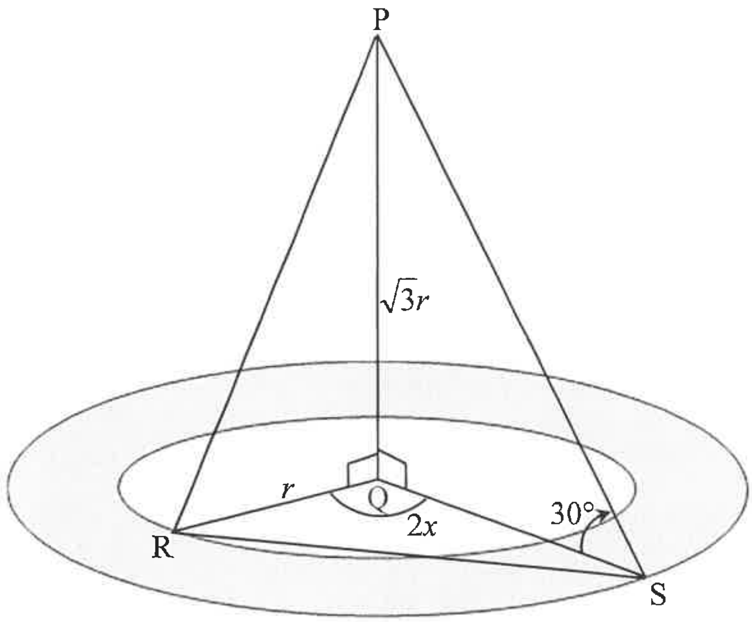
Bepaal die waarde van cos 2A, **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**. (5)

[24]

VRAAG 7

'n Landskapkunstenaar beplan om blomme binne twee konsentriese sirkels rondom 'n vertikale lamppaal PQ te plant. R is 'n punt op die binneste sirkel en S is 'n punt op die buitenste sirkel. R, Q en S lê op dieselfde horisontale vlak. RS is 'n pyp wat vir die besproeiingstelsel van die tuin gebruik word.

- Die radius van die binneste sirkel is r eenhede en die radius van die buitenste sirkel is QS.
- Die hoogtehoek vanaf S na P is 30°.
- $R\hat{Q}S = 2x$ en $PQ = \sqrt{3}r$



7.1 Toon dat $QS = 3r$ (3)

7.2 Bepaal, in terme van r, die oppervlakte van die blomtuin. (2)

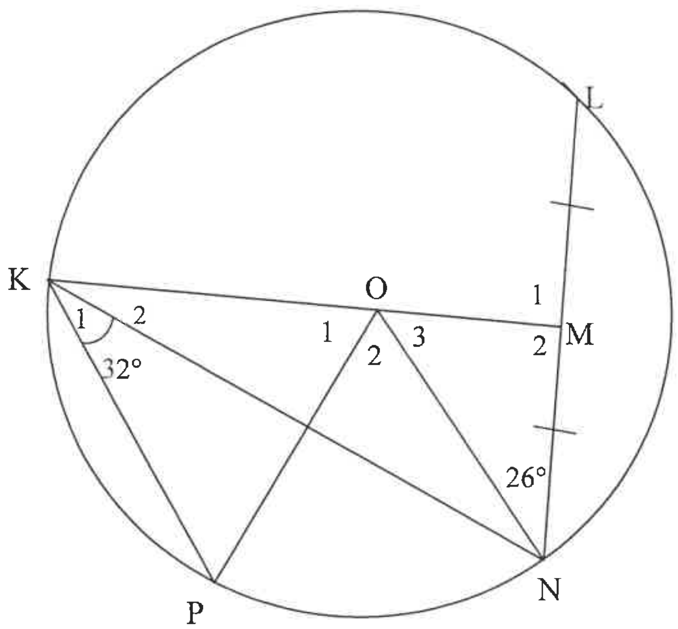
7.3 Toon aan dat $RS = r\sqrt{10 - 6\cos 2x}$ (3)

7.4 Indien $r = 10$ meter en $x = 56°$, bereken RS. (2)

[10]

VRAAG 8

8.1 O is die middelpunt van die sirkel. KOM halveer koord LN en $M\hat{N}O = 26°$. K en P is punte op die sirkel met $N\hat{K}P = 32°$. OP is getrek.



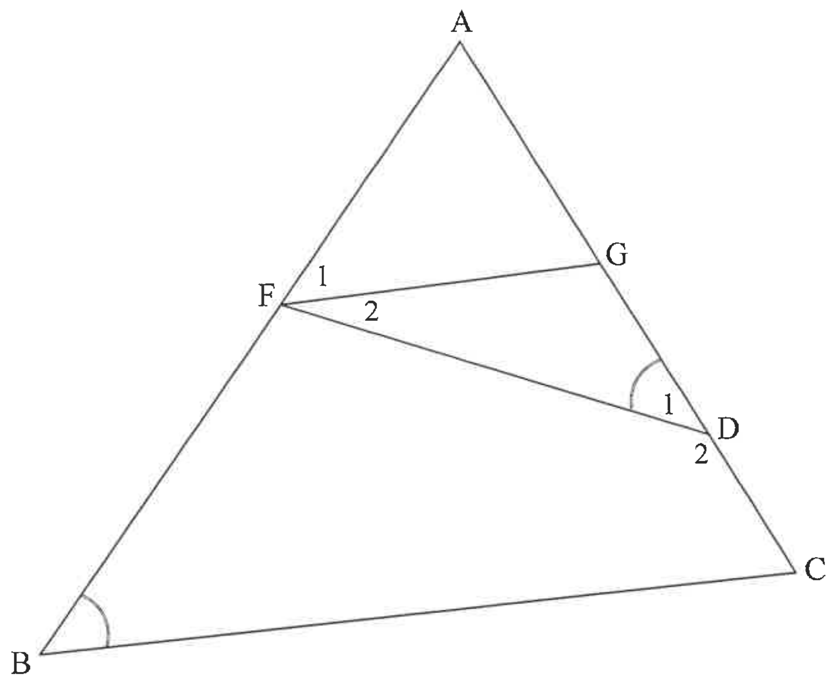
8.1.1 Bepaal, met redes, die grootte van:

(a) $\hat{O}_2$ (2)

(b) $\hat{O}_1$ (4)

8.1.2 Bewys, met redes, dat KN vir $O\hat{K}P$ halveer. (3)

8.2 In ΔABC is F en G punte op sye AB en AC onderskeidelik. D is 'n punt op GC sodat $\hat{D}_1 = \hat{B}$.



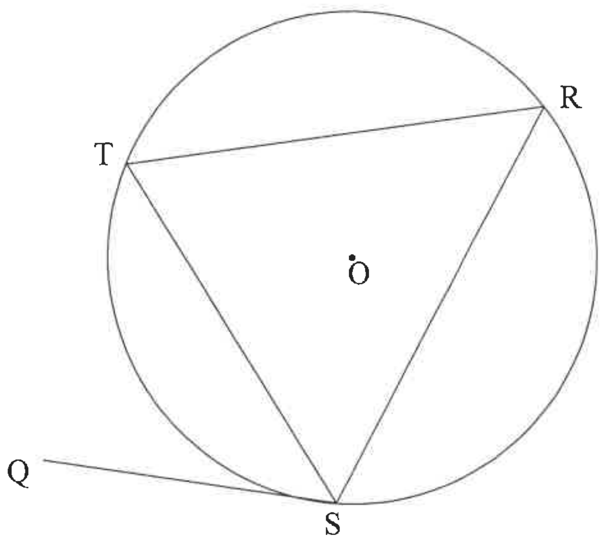
8.2.1 Indien AF 'n raaklyn is aan die sirkel wat deur die punte F, G en D gaan, bewys, met redes, dat FG || BC. (4)

8.2.2 As verder gegee word dat $\frac{AF}{FB} = \frac{2}{5}$, $AC = 2x - 6$ en $GC = x + 9$, bereken die waarde van x. (4)

[17]

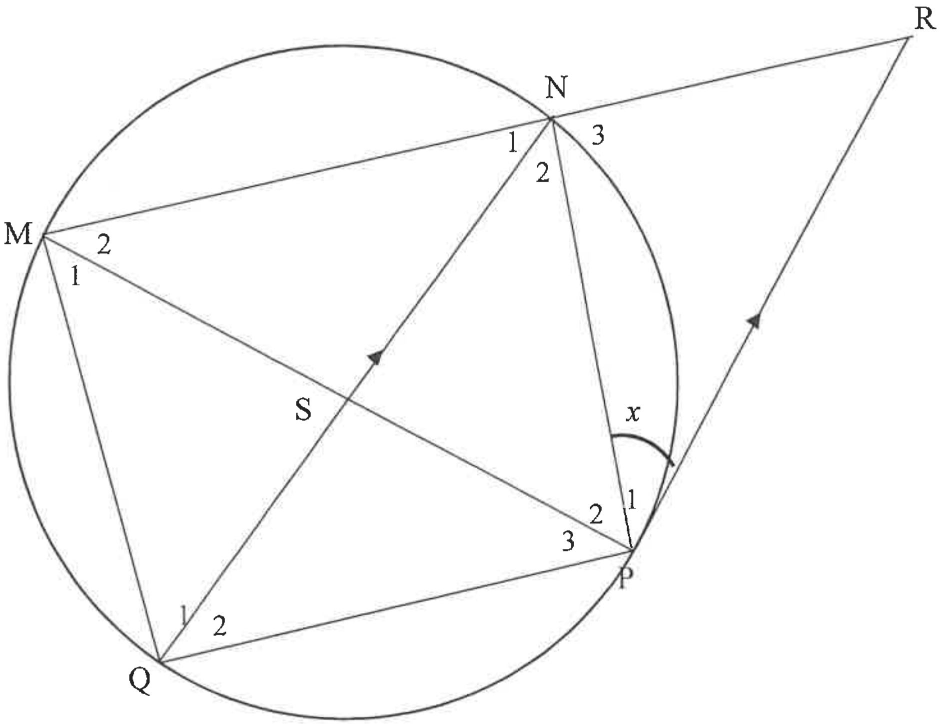
VRAAG 9

9.1 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel. Punte S, T en R lê op die sirkel. Koorde ST, SR en TR is in die sirkel getrek. QS is 'n raaklyn aan die sirkel by S.



Gebruik die diagram om die stelling te bewys wat beweer dat $Q\hat{S}T = \hat{R}$. (5)

9.2 Koord QN halveer $M\hat{N}P$ en sny koord MP by S. Die raaklyn by P sny MN verleng by R sodanig dat QN || PR. Stel $\hat{P}_1 = x$.



9.2.1 Bepaal die volgende hoeke in terme van x. Gee redes.

(a) $\hat{N}_2$ (2)

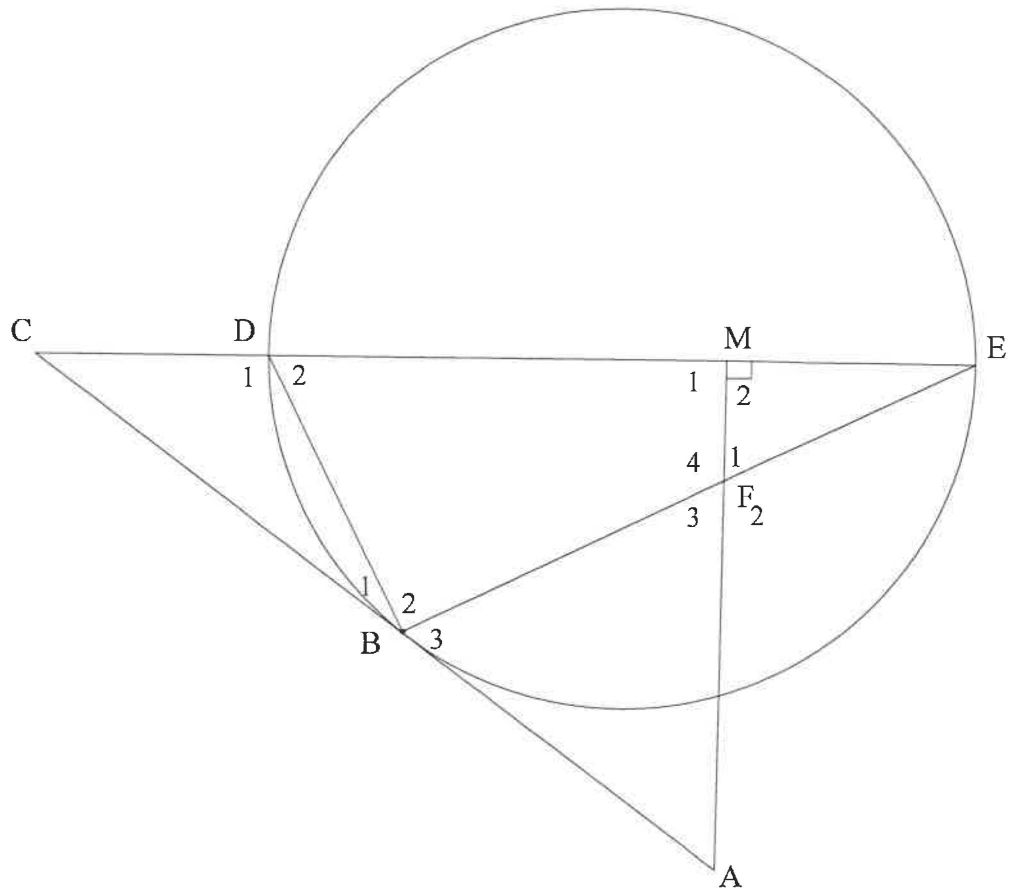
(b) $\hat{Q}_2$ (2)

9.2.2 Bewys, met redes, dat $\dfrac{MN}{NR} = \dfrac{MS}{SQ}$. (6)

[15]

VRAAG 10

In die diagram gaan 'n sirkel deur D, B en E. Middellyn ED van die sirkel word verleng na C en AC is 'n raaklyn aan die sirkel by B. M is 'n punt op DE sodanig dat AM ⊥ DE. AM en koord BE sny mekaar by F.



10.1 Bewys, met redes, dat:

10.1.1 FBDM 'n koordevierhoek is (3)

10.1.2 $\hat{B}_3 = \hat{F}_1$ (4)

10.1.3 $\Delta CDB \,|||\, \Delta CBE$ (3)

10.2 As verder gegee word dat $CD = 2$ eenhede en $DE = 6$ eenhede, bereken die lengte van:

10.2.1 BC (3)

10.2.2 DB (4)
[17]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad$ $A = P(1-ni)$ $\quad$ $A = P(1-i)^n$ $\quad$ $A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad$ $S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad$ $S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $r \neq 1$ $\quad$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad$ $P = \frac{x\left[1 - (1+i)^{-n}\right]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad$ $\mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad$ $m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

area $\Delta \mathrm{ABC} = \frac{1}{2} ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ $\quad$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}$

$\mathrm{P(A)} = \frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}$ $\quad$ $\mathrm{P(A\ of\ B)} = \mathrm{P(A)} + \mathrm{P(B)} - \mathrm{P(A\ en\ B)}$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad$ $b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$