basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2016

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 28 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.

4. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.

5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

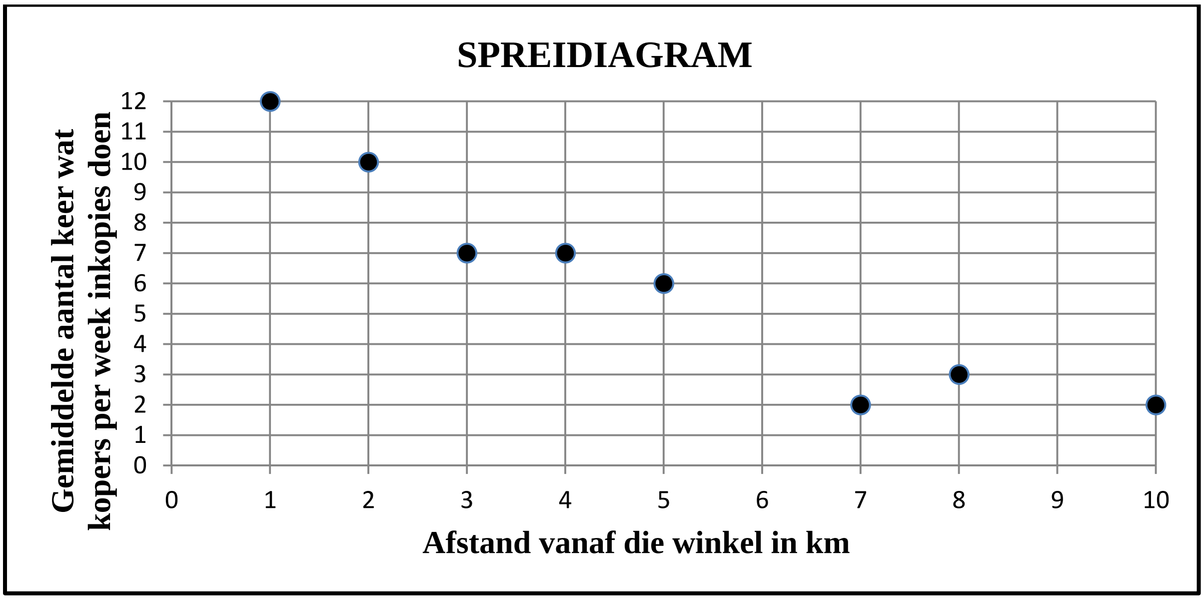
9. Skryf netjies en leesbaar.

Kopiereg voorbehou WESTERN CAPE

VRAAG 1

'n Opname is by 'n plaaslike supermark gemaak oor die afstand wat kopers vanaf die winkel woon en die gemiddelde aantal keer wat hierdie kopers in 'n week inkopies doen. Die resultate word in die tabel hieronder getoon.

Afstand vanaf die winkel in km	1	2	3	4	5	7	8	10
Gemiddelde aantal keer wat kopers per week inkopies doen	12	10	7	7	6	2	3	2



1.1 Gebruik die spreidiagram om kommentaar te lewer op die sterkte van die verband tussen die afstand wat 'n koper vanaf die winkel woon en die gemiddelde aantal keer wat sy/hy in 'n week by die winkel inkopies doen. (1)

1.2 Bereken die korrelasiekoëffisiënt van die data. (1)

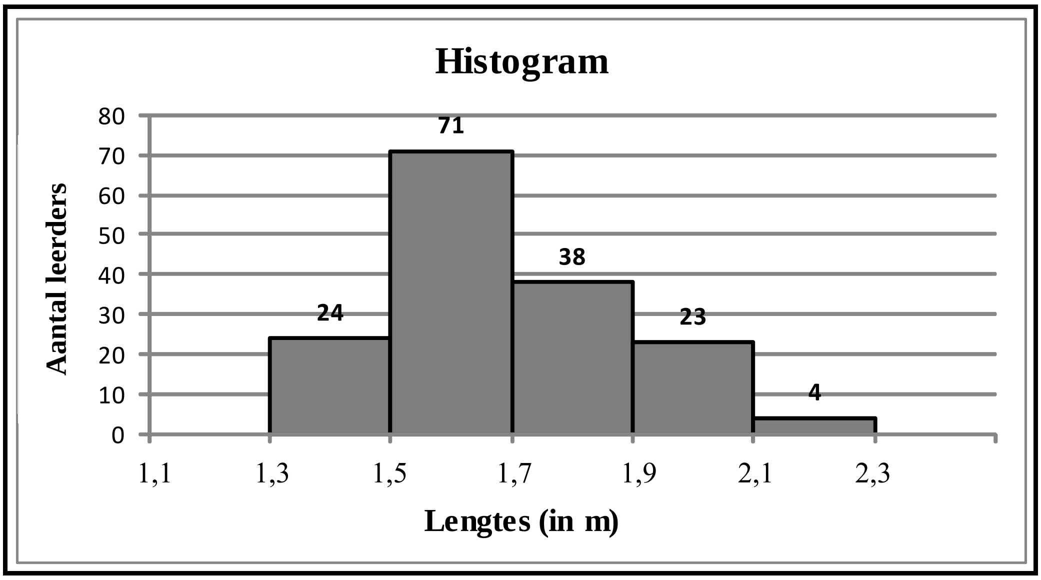
1.3 Bereken die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn van die data. (3)

1.4 Gebruik jou antwoord by VRAAG 1.3 om die gemiddelde aantal keer te beraam wat 'n koper, wat 6 km vanaf die supermark woon, die winkel in 'n week sal besoek. (2)

1.5 Skets die kleinstekwadrate-regressielyn op die spreidiagram wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf is. (2)
[9]

VRAAG 2

Die lengtes van 160 leerders in 'n skool word gemeet. Die lengte van die kortste leerder is 1,39 m en dié van die langste leerder is 2,21 m. Die lengtes word in die histogram hieronder voorgestel.



2.1 Beskryf die skeefheid van die data. (1)

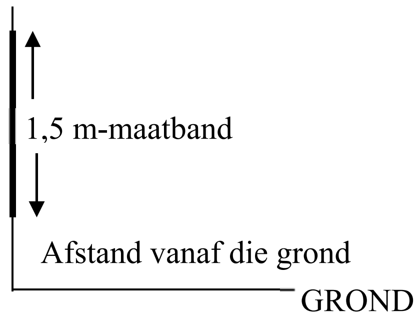
2.2 Bereken die omvang (variasiewydte) van die lengtes. (2)

2.3 Voltooi die kumulatiewefrekwensie-kolom in die tabel wat in die ANTWOORDEBOEK gegee word. (2)

2.4 Skets 'n ogief (kumulatiewefrekwensie-kromme), wat die data voorstel, op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK gegee word. (4)

2.5 Tagtig leerders se lengtes is minder as x meter. Skat x. (2)

2.6 Die persoon wat die metings geneem het, het slegs 'n 1,5 m-maatband beskikbaar gehad. Om te kompenseer vir die kort maatband het hy besluit om die band teen 'n muur, 1 m vanaf die grond, te monteer. Nadat die metings aangeteken is, het hy ontdek dat die maatband 1,1 m vanaf die grond in plaas van 1 m, gemonteer was.



Watter invloed het hierdie fout op die volgende:

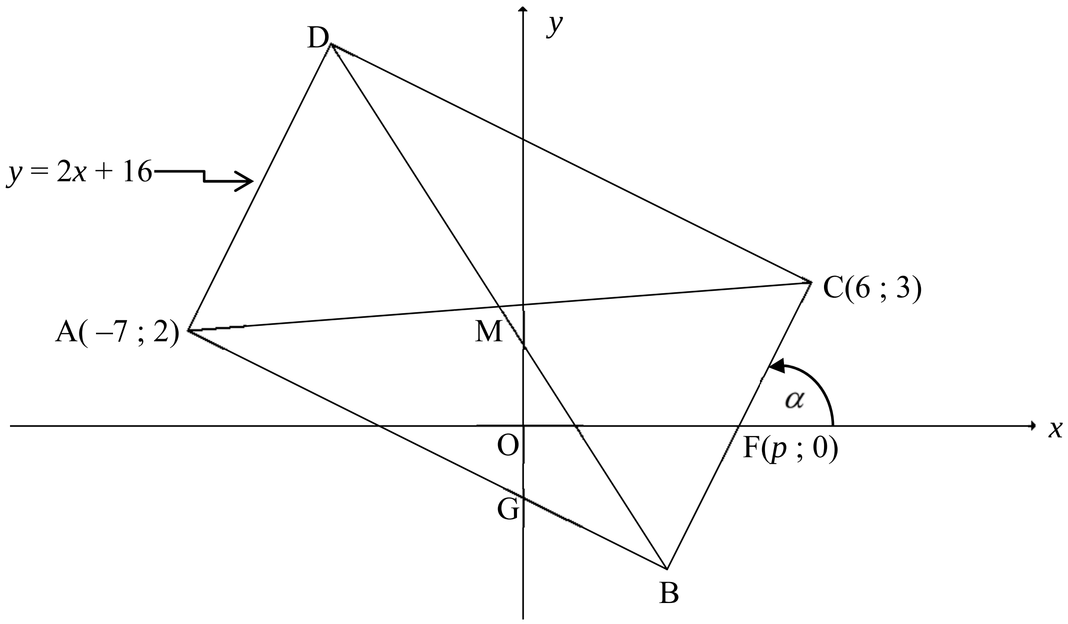
2.6.1 Gemiddelde van die datastel (1)

2.6.2 Standaardafwyking van die datastel (1)

[13]

VRAAG 3

In die diagram is A(–7 ; 2), B, C(6 ; 3) en D die hoekpunte van reghoek ABCD. Die vergelyking van AD is $y = 2x + 16$. Lyn AB sny die y-as by G. Die x-afsnit van lyn BC is F(p ; 0) en die inklinasiehoek van BC met die positiewe x-as is α . Die hoeklyne van die reghoek sny by M.



3.1 Bereken die koördinate van M. (2)

3.2 Skryf die gradiënt van BC in terme van p neer. (1)

3.3 Bereken vervolgens die waarde van p. (3)

3.4 Bereken die lengte van DB. (3)

3.5 Bereken die grootte van α. (2)

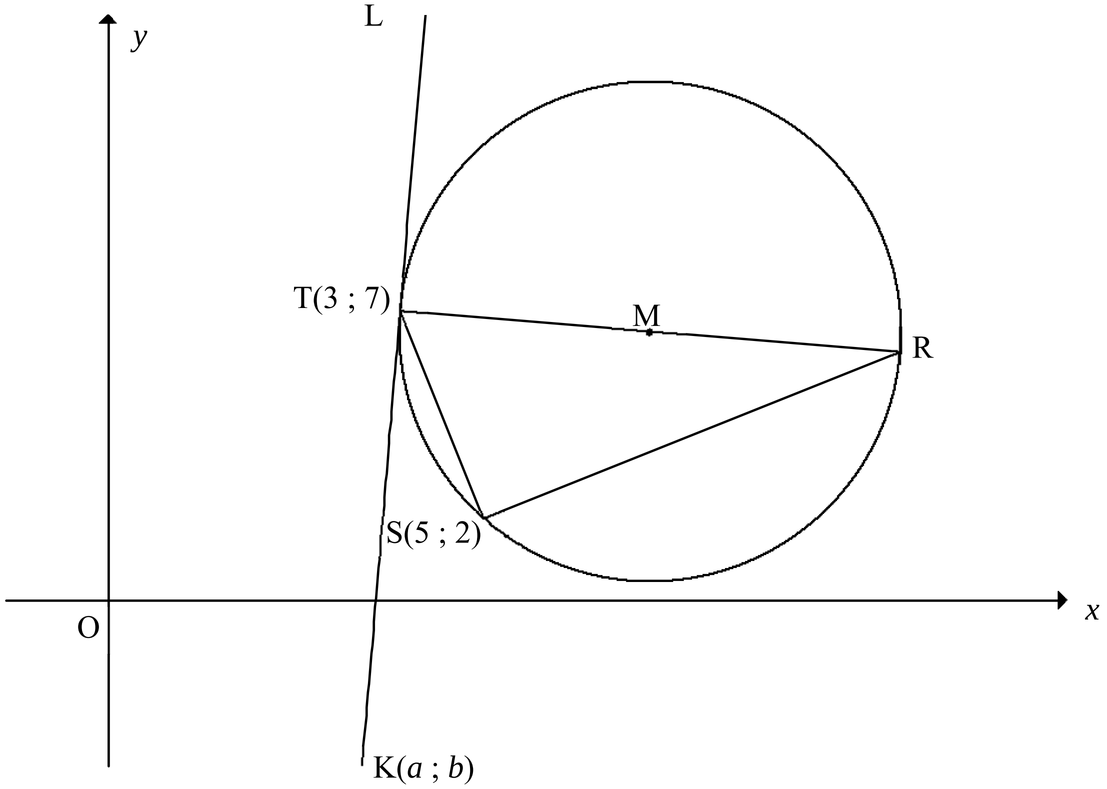
3.6 Bereken die grootte van $O\hat{G}B$. (3)

3.7 Bepaal die vergelyking van die sirkel wat deur punt D, B en C gaan in die vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$. (3)

3.8 Indien AD so geskuif word dat ABCD 'n vierkant word, sal BC 'n raaklyn wees aan die sirkel wat deur punt A, M en B gaan, waar M nou die snypunt van die hoeklyne van die vierkant ABCD is? Motiveer jou antwoord. (2)
[19]

VRAAG 4

In die diagram gaan die sirkel, met middelpunt M, deur T(3 ; 7), R en S(5 ; 2). RT is 'n middellyn van die sirkel. K(a ; b) is 'n punt in die 4[de] kwadrant sodat KTL 'n raaklyn aan die sirkel by T is.



4.1 Gee 'n rede waarom $T\hat{S}R = 90°$. (1)

4.2 Bereken die gradiënt van TS. (2)

4.3 Bepaal die vergelyking van die lyn SR in die vorm $y = mx + c$. (3)

4.4 Die vergelyking van die sirkel hierbo is $(x-9)^2 + \left(y - 6\frac{1}{2}\right)^2 = 36\frac{1}{4}$.

4.4.1 Bereken die lengte van TR in wortelvorm. (2)

4.4.2 Bereken die koördinate van R. (3)

4.4.3 Bereken $\sin R$. (3)

4.4.4 Toon dat $b = 12a - 29$. (3)

4.4.5 As TK = TR, bereken die koördinate van K. (6)

[23]

VRAAG 5

5.1 Gegee: $\sin 16° = p$
Bepaal, **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**, die volgende in terme van p.

5.1.1 $\sin 196°$ (2)

5.1.2 $\cos 16°$ (2)

5.2 Gegee: $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$

Gebruik die formule vir $\cos(A - B)$ en lei 'n formule af vir $\sin(A + B)$ (3)

5.3 Vereenvoudig $\dfrac{\sqrt{1 - \cos^2 2A}}{\cos(-A).\cos(90° + A)}$ volledig, gegee dat $0° < A < 90°$. (5)

5.4 Gegee: $\cos 2B = \dfrac{3}{5}$ en $0° \leq B \leq 90°$

Bepaal, **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**, die waarde van ELK van die volgende in die eenvoudigste vorm:

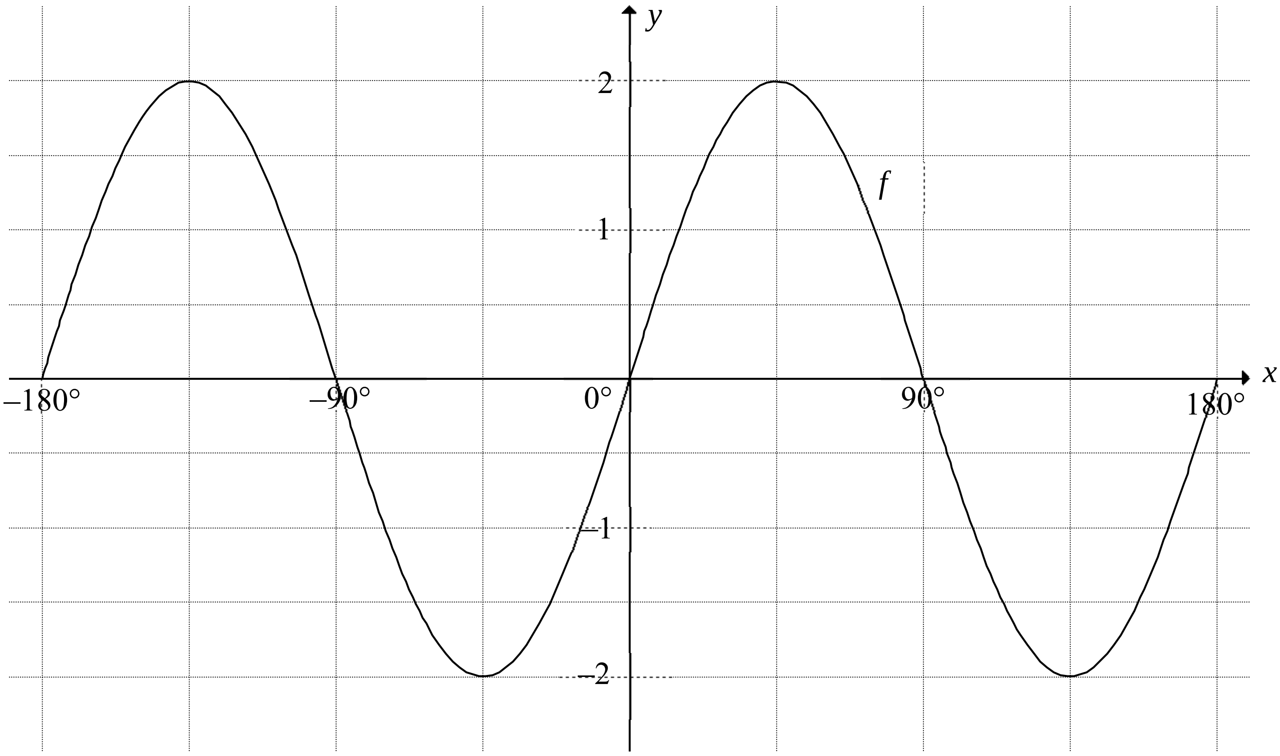
5.4.1 $\cos B$ (3)

5.4.2 $\sin B$ (2)

5.4.3 $\cos (B + 45°)$ (4)
[21]

VRAAG 6

In die diagram is die grafiek van $f(x) = 2\sin 2x$ geskets vir die interval $x \in [-180° ; 180°]$.



6.1 Skets, op die assestelsel waarop f in die ANTWOORDEBOEK geskets is, die grafiek van $g(x) = -\cos 2x$ vir $x \in [-180° ; 180°]$. Toon duidelik alle afsnitte met die asse, die koördinate van die draaipunte en die eindpunte van die grafiek. (3)

6.2 Skryf die maksimum waarde van $f(x) - 3$ neer. (2)

6.3 Bepaal die algemene oplossing van $f(x) = g(x)$. (4)

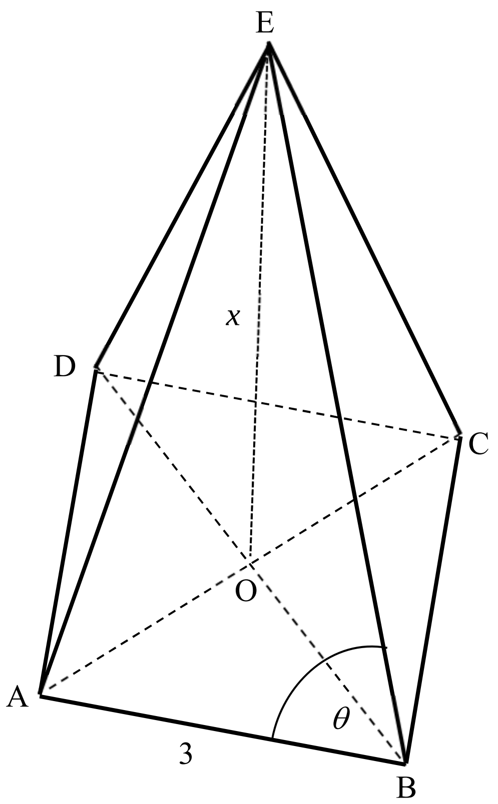
6.4 Bepaal vervolgens die waardes van x waarvoor $f(x) < g(x)$ in die interval $x \in [-180° ; 0°]$. (3)

[12]

VRAAG 7

E is die toppunt van 'n piramide met 'n vierkantige basis ABCD. O is die middelpunt van die basis. $E\hat{B}A = \theta$, AB = 3 m en EO, die loodregte hoogte van die piramide, is x.

$$\text{Volume van piramide} = \frac{1}{3}(\text{oppervlakte van basis}) \times (\perp \text{hoogte})$$



7.1 Bereken die lengte van OB. (3)

7.2 Toon dat $\cos\theta = \dfrac{3}{2\sqrt{x^2 + \dfrac{9}{2}}}$ (5)

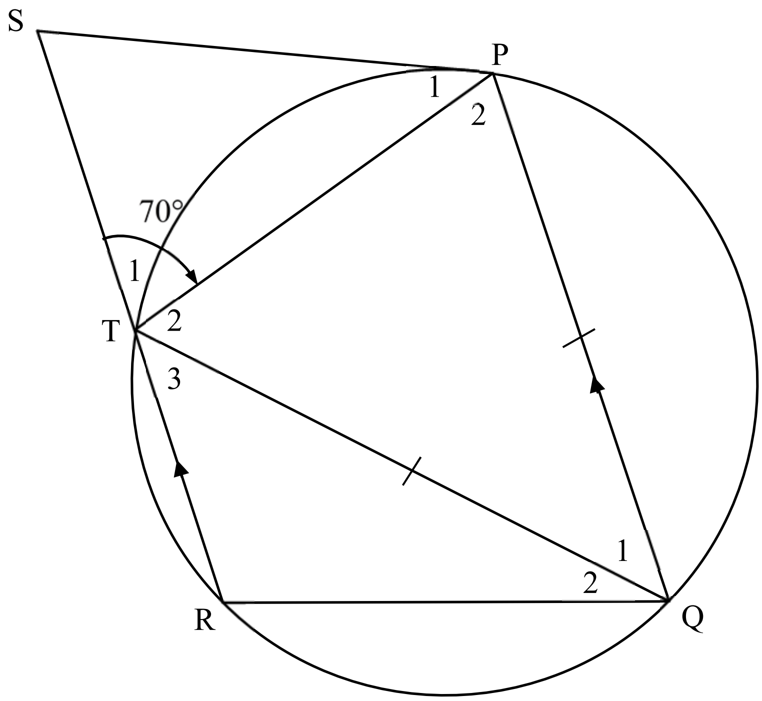
7.3 As die volume van die piramide 15 m^3 is, bereken die waarde van θ. (4)

[12]

Gee redes vir ALLE bewerings en berekeninge in VRAAG 8, 9 en 10.

VRAAG 8

8.1 In die diagram hieronder is PQRT 'n koordevierhoek met RT || QP. Die raaklyn by P ontmoet RT verleng by S. QP = QT en $P\hat{T}S = 70°$.



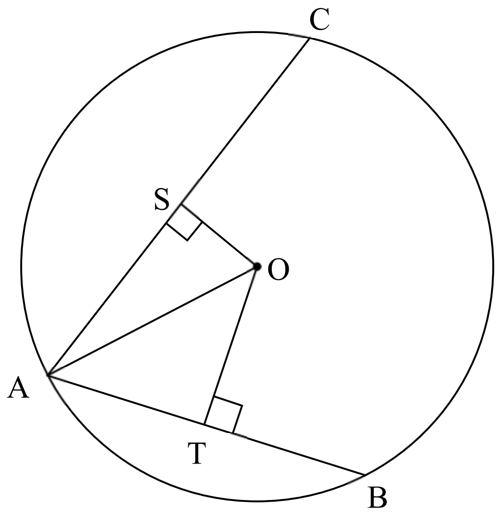
8.1.1 Gee 'n rede waarom $\hat{P}_2 = 70°$. (1)

8.1.2 Bereken, met redes, die grootte van:

(a) $\hat{Q}_1$ (3)

(b) $\hat{P}_1$ (2)

8.2 A, B en C is punte op die sirkel met middelpunt O. S en T is punte op AC en AB onderskeidelik sodat $OS \perp AC$ en $OT \perp AB$. $AB = 40$ en $AC = 48$.



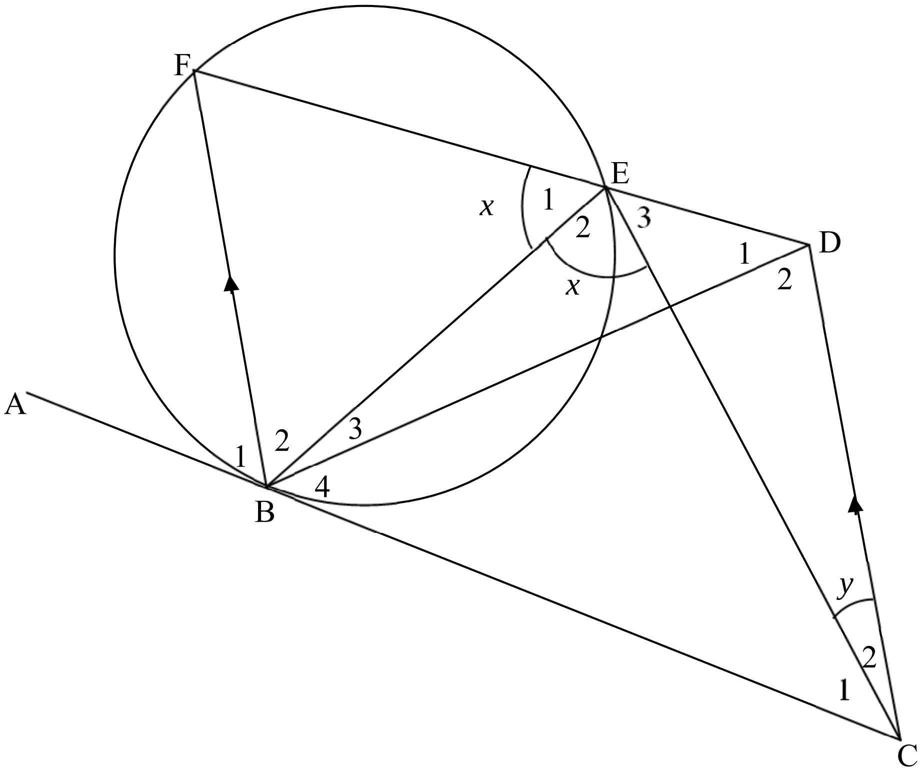
8.2.1 Bereken AT. (1)

8.2.2 As $OS = \frac{7}{15}OT$, bereken die radius OA van die sirkel. (5)

[12]

VRAAG 9

ABC is 'n raaklyn aan die sirkel BFE by B. Vanaf C word 'n reguitlyn ewewydig aan BF getrek om FE verleng by D te ontmoet. EC en BD word getrek. $\hat{E}_1 = \hat{E}_2 = x$ en $\hat{C}_2 = y$.



9.1 Gee 'n rede waarom ELK van die volgende WAAR is:

9.1.1 $\hat{B}_1 = x$ (1)

9.1.2 $B\hat{C}D = \hat{B}_1$ (1)

9.2 Bewys dat BCDE 'n koordevierhoek is. (2)

9.3 Watter ander TWEE hoeke is elk gelyk aan x? (2)

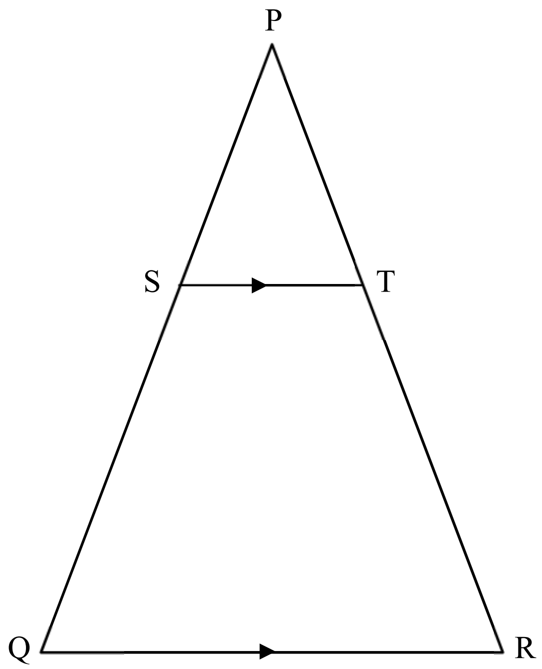
9.4 Bewys dat $\hat{B}_2 = \hat{C}_1$. (3)

[9]

WESTERN CAPE

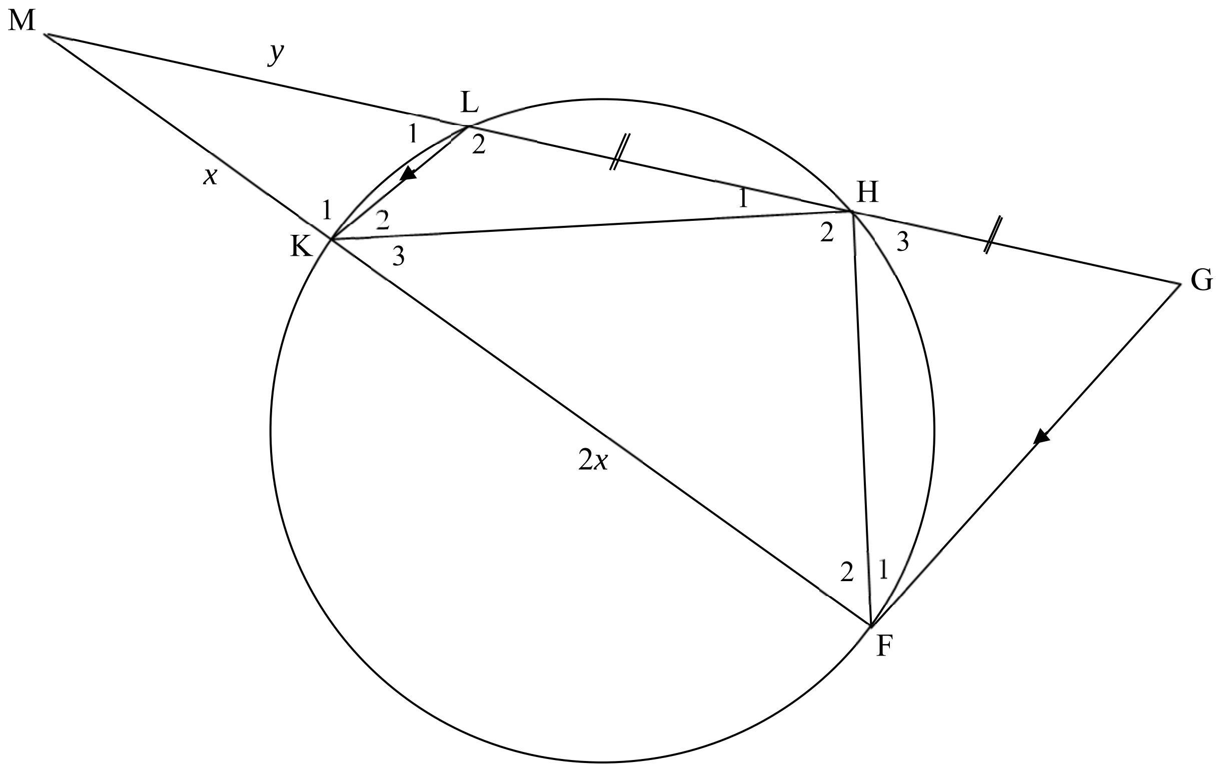
VRAAG 10

10.1 In die diagram is ΔPQR geskets. S en T is punte op sy PQ en PR onderskeidelik sodat $ST \parallel QR$.



Bewys die stelling wat beweer dat $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$. (6)

10.2 In die diagram is HLKF 'n koordevierhoek. Die koorde HL en FK is verleng en ontmoet by M. Die lyn deur F ewewydig aan KL ontmoet MH verleng in G. MK = x, KF = $2x$, ML = y en LH = HG.



10.2.1 Gee 'n rede waarom $G\hat{F}M = L\hat{K}M$. (1)

10.2.2 Bewys dat:

(a) $GH = y$ (3)

(b) $\Delta MFH \mid\mid\mid \Delta MGF$ (5)

(c) $\dfrac{GF}{FH} = \dfrac{3x}{2y}$ (2)

10.2.3 Toon dat $\dfrac{y}{x} = \sqrt{\dfrac{3}{2}}$ (3)

[20]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

InΔABC: $\quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$\textit{oppervlakte}\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$\mathrm{P(A)} = \frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}$ $\quad$ P(A of B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$

Kopiereg voorbehou