



Plak asseblief die strepieskode-etiket hier

PUNTE-TOTAAL

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT-EKSAMEN  
NOVEMBER 2021

WISKUNDE: VRAESTEL II

EKSAMENNOMMER

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Tyd: 3 uur

150 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG DEUR

- 1. Hierdie vraestel bestaan uit 28 bladsye en 'n Inligtingsblad van 2 bladsye (i–ii). Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is.
- 2. Lees die vrae noukeurig deur.
- 3. **Beantwoord AL die vrae op die vraestel en lewer dit aan die einde van die eksamen in. Onthou om jou eksamennommer in die spasie wat voorsien word, te skryf.**
- 4. Drie blanko bladsye (bladsy 26 tot 28) word aan die einde van die vraestel ingesluit. Gebruik hierdie bladsye indien jy te min spasie vir 'n vraag het. Toon die vraagnommer van jou antwoord duidelik indien jy hierdie ekstra spasie gebruik.
- 5. Diagramme is nie noodwendig op skaal geteken nie.
- 6. Jy mag 'n goedgekeurde nieprogrammeerbare en niegrafiese sakrekenaar gebruik, tensy anders vermeld.
- 7. Maak seker dat jou sakrekenaar in **GRAAD**modus is.
- 8. Toon duidelik **ALLE** berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal. **Antwoorde alleen sal NIE noodwendig volpunte verdien nie.**
- 9. Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en jou werk netjies aan te bied.
- 10. Rond af tot **EEN DESIMALE PLEK** tensy anders vermeld.

SLEGS VIR KANTOORGEBRUIK: NASIENER MOET PUNTE INSKRYF

V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	V13	V14	TOTAAL
7	7	17	13	8	13	8	11	11	11	11	6	20	7	/150

**AFDELING A****VRAAG 1**

Die tabel illustreer die tyd ( $x$ ) wat winkelbesoekers by 'n klerewinkel deurbring en die bedrag geld ( $y$ ) wat hulle tydens 'n besoek aan die klerewinkel bestee.

<b>Tyd bestee (<math>x</math>) in minute</b>	<b>27</b>	<b>41</b>	<b>45</b>	<b>51</b>	<b>60</b>	<b>53</b>	<b>35</b>
<b>Geld bestee (<math>y</math>) in rand</b>	<b>400</b>	<b>630</b>	<b>700</b>	<b>1 040</b>	<b>1 200</b>	<b>870</b>	<b>745</b>

- (a) Gebruik jou sakrekenaar om die vergelyking vir die lyn van beste passing te bepaal in die vorm  $y = A + Bx$ . **Gee jou antwoord korrek tot 3 desimale plekke.**

(3)

- (b) Voorspel hoeveel 'n individu sal bestee indien hy/sy 90 minute in die klerewinkel deurbring. **Gee jou antwoord korrek tot 2 desimale plekke.**

(1)

- (c) Is die voorspelling in Vraag (b) 'n betroubare een? Verduidelik.

(1)

- (d) Bereken die korrelasiekoëffisiënt vir die data.  
**Gee jou antwoord korrek tot 3 desimale plekke.**

(1)

- (e) Gebruik die korrelasiekoëffisiënt om die verwantskap tussen die tyd in 'n klerewinkel deurgebring en die geld deur die individu bestee, te beskryf.

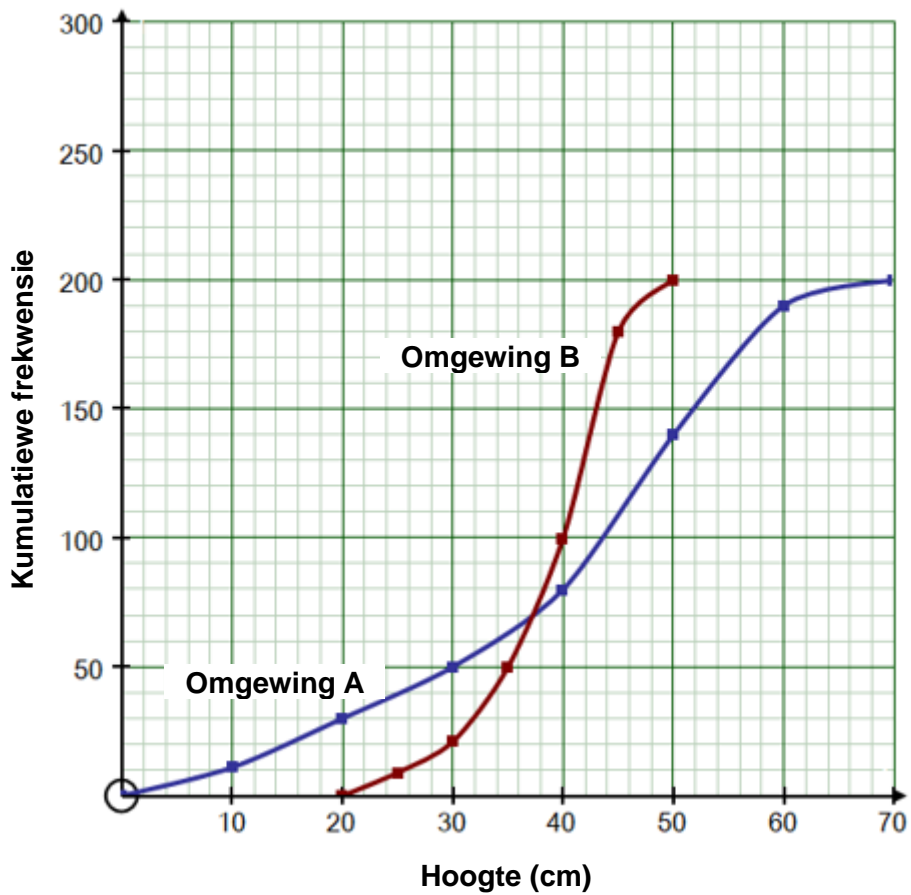
(1)  
[7]

**VRAAG 2**

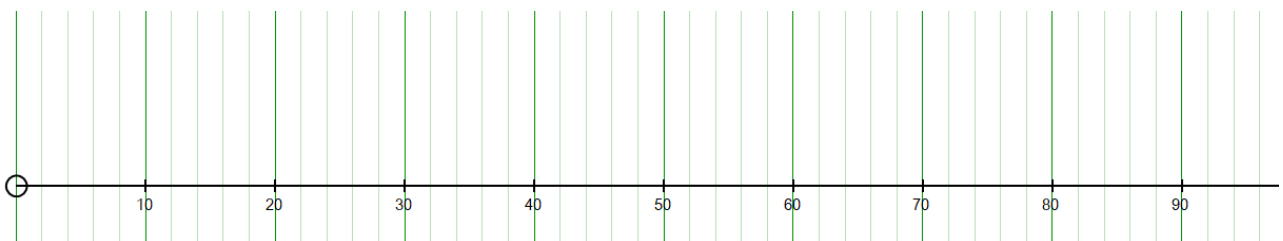
Die diagram verteenwoordig die ogiefkrommes vir die hoogtes van twee groepe plante. 200 plante word in Omgewing A geplaas en nog 200 plante word in Omgewing B geplaas.

Die minimum hoogte van plante wat in Omgewing A geplaas is, is 2 cm en die maksimum hoogte is as 68 cm bepaal.

**Kumulatiewefrekwensie-kromme (ogief) vir die hoogte van plante**



(a) Teken 'n houer-en-punt-diagram wat die hoogte van plante in Omgewing A voorstel.



(5)

- (b) Indien die gemiddelde hoogte van die plante in Omgewing B as 34 cm gegee word, beskryf die skeefheid van die data wat deur die Omgewing B-kromme voorgestel word.

(1)

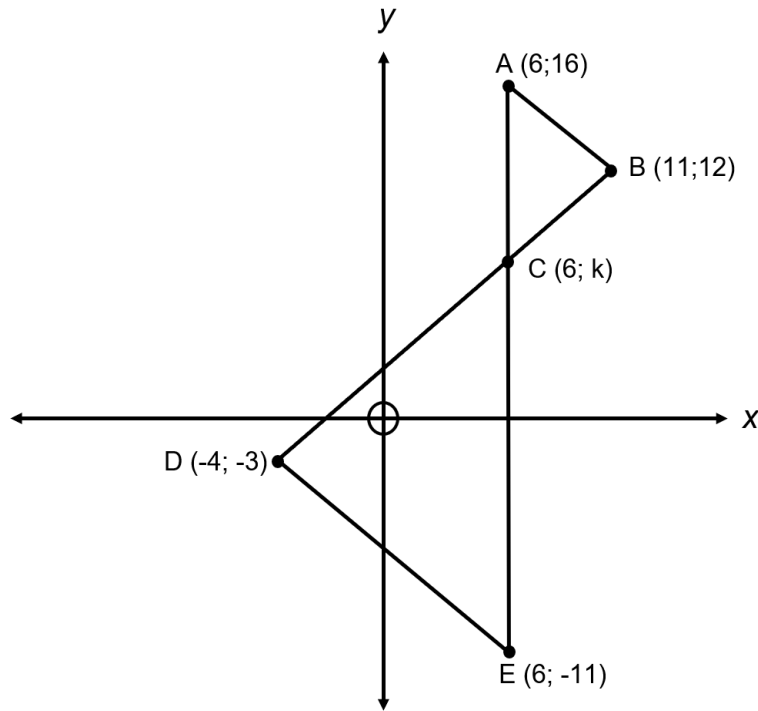
- (c) In watter omgewing is die hoogtes van die plante meer verspreid? Verduidelik.

(1)  
**[7]**

**VRAAG 3**

In die diagram:

- Punte A(6; 16), B(11; 12), E(6; -11) en D(-4; -3) word gegee.
- AE sny DB by punt C(6; k).



(a) Bereken die lengte van AB.

(2)

(b) Toon dat  $AB \parallel DE$ .

(3)

(c) Bepaal die waarde van  $k$ .

(4)

(d) Bepaal die grootte van  $\hat{BAC}$ .

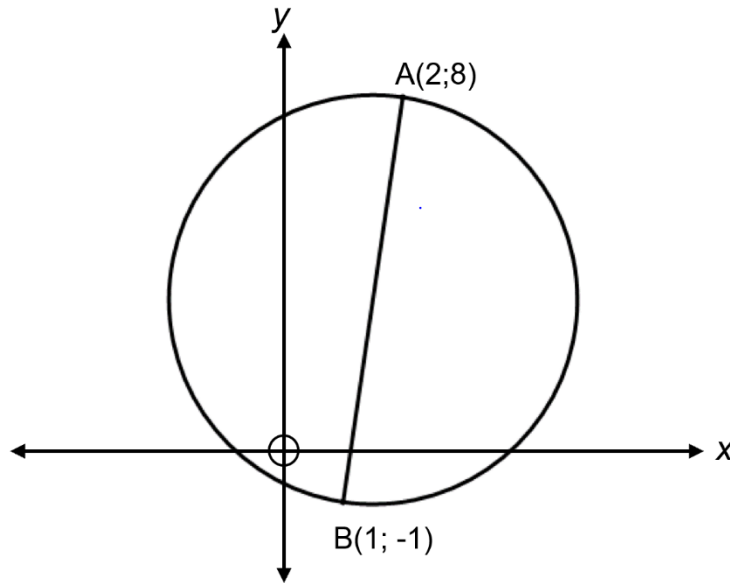
(3)

(e) Bepaal:  $\frac{\text{Oppervlakte van } \triangle ABC}{\text{Oppervlakte van } \triangle EDC}$

(5)  
[17]

**VRAAG 4**

(a) In die diagram is  $AB$  'n middellyn van die sirkel met  $A(2; 8)$  en  $B(1; -1)$ .



(1) Bepaal die lengte van  $AB$ .

(2)

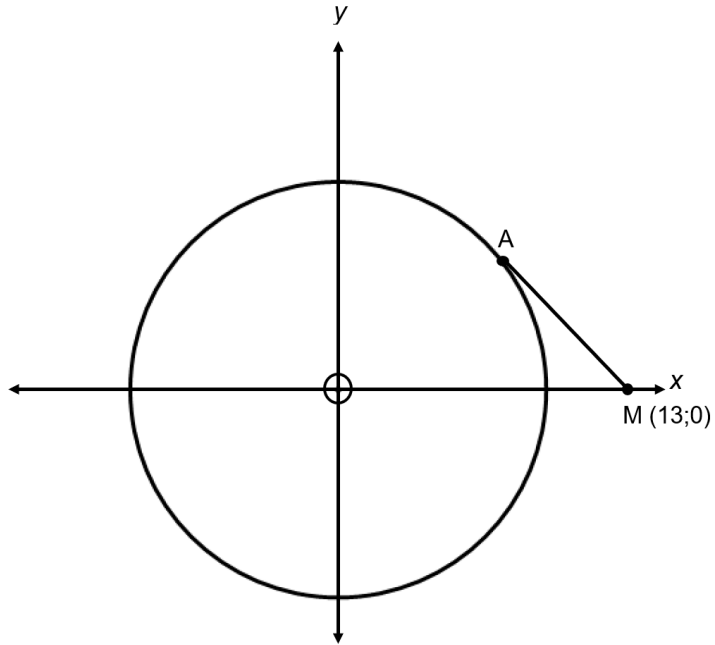
(2) Bepaal die vergelyking van die sirkel.

(3)

(3) Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by  $A$ .

(4)

- (b) In die diagram hieronder word die sirkel  $x^2 + y^2 = 100$  getrek. M is die punt  $(13; 0)$  en MA is 'n raaklyn aan die sirkel.



Bepaal die lengte van die raaklyn AM. Laat jou antwoord in wortelvorm.

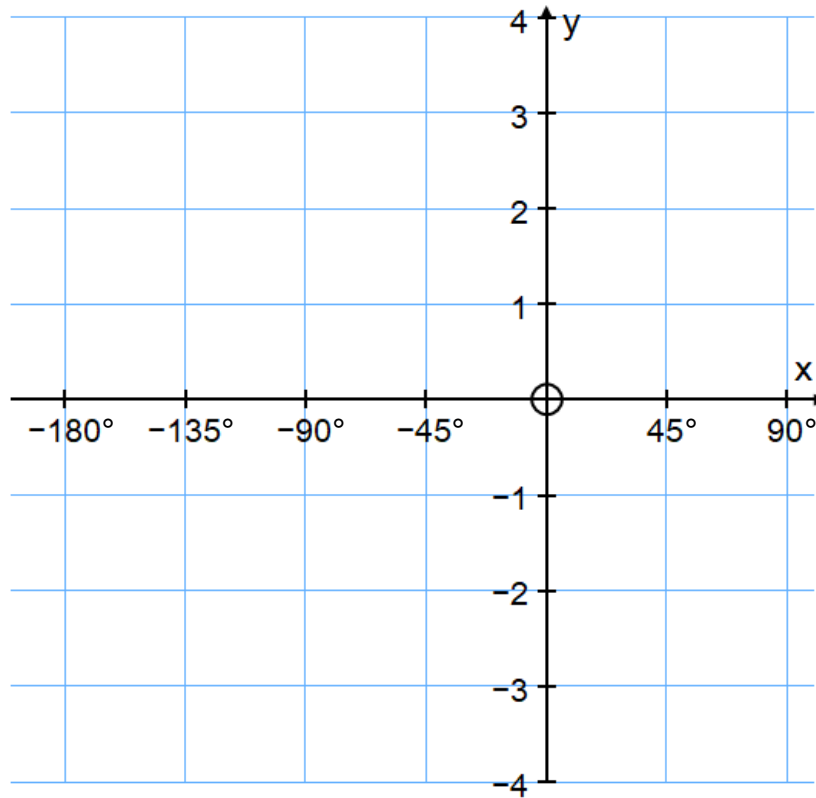
(4)  
[13]



**VRAAG 5**

Gegee:  $f(x) = \cos 2x$  en  $g(x) = \tan x + 2$  vir  $x \in [-180^\circ; 90^\circ]$

- (a) Skets die grafieke van  $f$  en  $g$  op dieselfde assestelsel hieronder. Benoem alle afsnitte met die asse, asimptote, draaipunte en eindpunte.



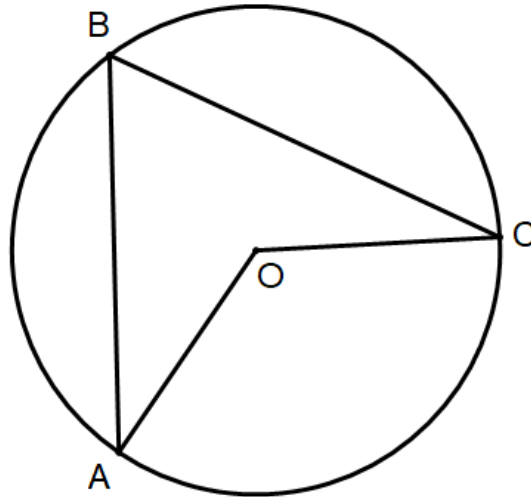
(6)

- (b) Gebruik jou grafiek om die benaderde waarde(s) van  $x \in [-180^\circ; 90^\circ]$  te bepaal waarvoor  $\cos 2x - 2 \leq \tan x$ .

(2)  
[8]

**VRAAG 6**

- (a) Gebruik die diagram hieronder om die stelling te bewys wat lui dat die **hoek wat by die middelpunt van 'n sirkel deur 'n koord onderspan word twee keer die grootte is van die hoek wat dit by die sirkel onderspan.**



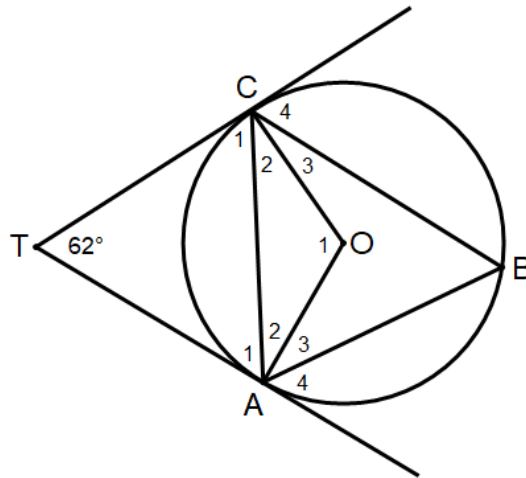
Te bewys:  $\hat{AOC} = 2 \times \hat{ABC}$

Konstruksie:

Bewys:

(6)

- (b) In die diagram:
- A, B en C lê op die sirkel met middelpunt O.
  - TC en TA is raaklyne aan die sirkel met  $\hat{C}TA = 62^\circ$ .



**Gee alle relevante redes saam met jou bewerings.**

(1) Bepaal:  $\hat{A}_1$

(3)

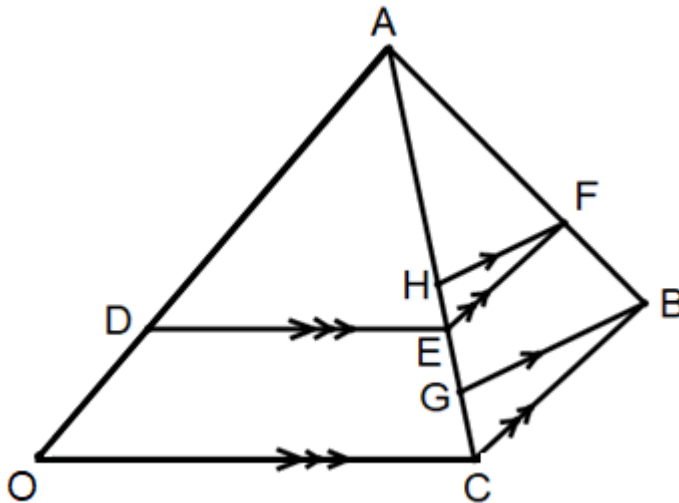
(2) Bepaal:  $\hat{O}_1$

(4)  
[13]

**VRAAG 7**

In die diagram word  $\triangle AOC$  en  $\triangle ABC$  gegee.

- D lê op OA en E op AC met  $DE \parallel OC$ .
- F lê op AB met  $EF \parallel CB$ .
- H en G lê op AC met  $HF \parallel GB$ .
- $AO = 7$  eenhede.
- $AD = 4$  eenhede.

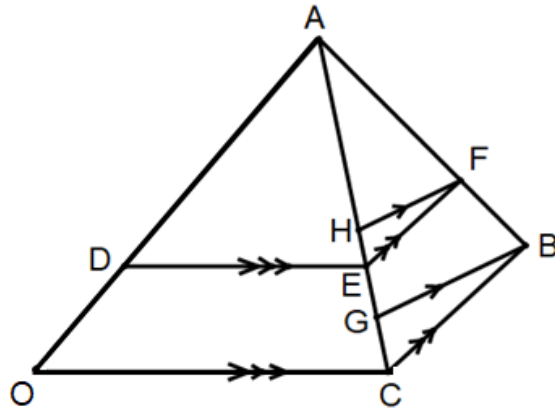


(a) Bepaal die verhouding van  $AF : FB$  en gee redes.

(3)

(b) Bepaal die verhouding van  $GB : HF$  en gee redes.

(3)



- (c) Indien verder gegee word dat G die middelpunt van EC is, bepaal die verhouding  $AE : EG$  en gee redes.

(2)  
[8]

**73 punte**

**AFDELING B****VRAAG 8**

- (a) Los op vir  $x$ , korrek tot een desimale plek, in die gegewe interval:

$$\sin 3x = -\frac{3}{4} \text{ vir } x \in [-90^\circ; 0^\circ]$$

(4)

- (b) Bepaal die algemene oplossing vir:

$$\tan x = \sin 2x \text{ indien } \sin x \neq 0$$

(7)  
[11]

**VRAAG 9**

- (a) Indien  $\sin \hat{C} = \frac{12}{13}$  waar  $0^\circ < C < 90^\circ$  en  $\tan \hat{D} = -\frac{4}{3}$  waar  $270^\circ < D < 360^\circ$ , bepaal  $\sin(C - D)$  **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar.**

(6)

- (b) Gegee:  $\cos 58^\circ = k$   
Druk die volgende in terme van  $k$  uit **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar.**

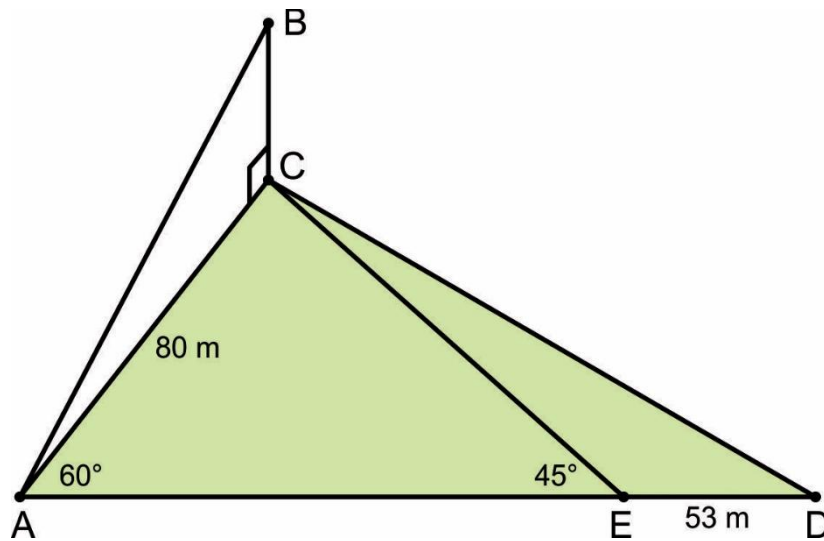
$$\cos 150^\circ \cdot \cos(-28^\circ) + \cos 60^\circ \cdot \cos 62^\circ$$

(5)  
[11]

**VRAAG 10**

In die diagram hieronder:

- ACD is 'n driehoekige veld op horisontale grond.
- E is 'n punt op AD.
- BC is 'n vertikale gebou.
- $AC = 80\text{ m}$  en  $ED = 53\text{ m}$
- $\hat{CAE} = 60^\circ$  en  $\hat{CEA} = 45^\circ$



- (a) Bereken die lengte van CD.



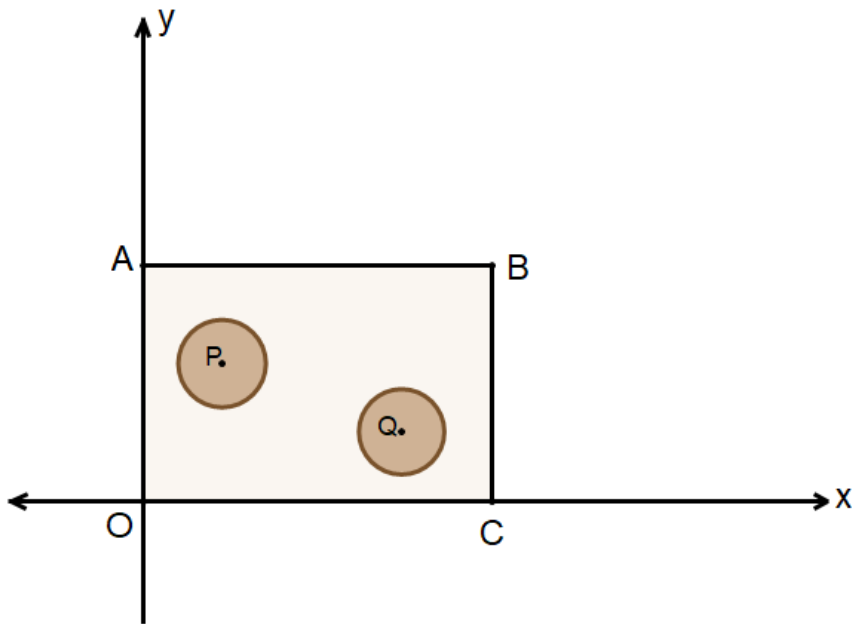
- (b) Indien die hoogtehoek na B vanaf A  $37^\circ$  is, bepaal die hoogtehoek na die middelpunt van BC vanaf D.

(5)  
[11]

**VRAAG 11**

In die diagram hieronder:

- $P(x ; y)$  en  $Q(9 ; 3)$  is die middelpunte van twee gate wat in 'n reghoekige stuk hout met basis ABCO geboor word.
- Die radii van die gate is gelyk.
- Die vergelyking van die sirkel met middelpunt P is  $x^2 + y^2 - 6x - 12y + 41 = 0$ .
- Die vergelykings van AB en BC is onderskeidelik  $y = 10$  en  $x = 14$ .



(a) Bepaal die middelpunt en die radius van die gat met middelpunt P.

(4)

(b) Bepaal die kortste afstand tussen die sirkels. Laat jou antwoord in wortelvorm.

(3)

(c) Bereken die volume van die blok met basis ABCO en hoogte 20 eenhede.

(4)  
[11]

**VRAAG 12**

Die volgende versameling van 10 getalle word gegee waar  $a > b$ .

$$\{a; a; a; a; a; b; b; b; b; b\}$$

(a) Bepaal die gemiddelde in terme van  $a$  en  $b$ .

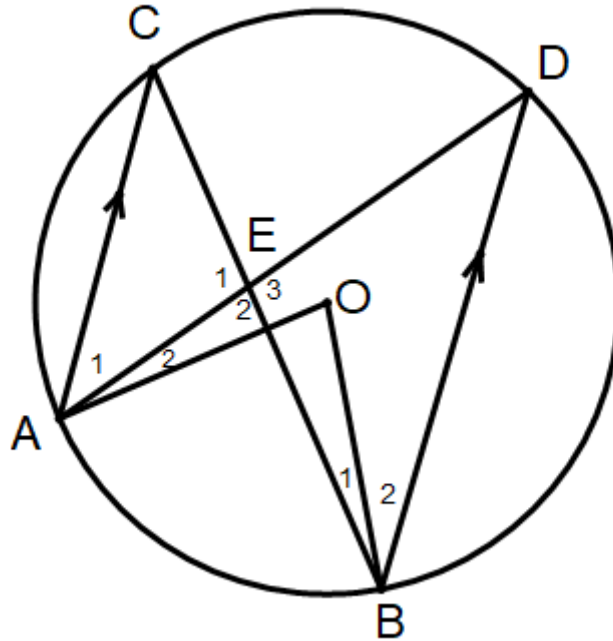
(1)

(b) Bepaal die standaardafwyking in terme van  $a$  en  $b$ .

(5)  
[6]

**VRAAG 13**

- (a) In die diagram:
- O is die middelpunt van die sirkel.
  - Koorde AD en CB sny by E.
  - $AC \parallel BD$ .

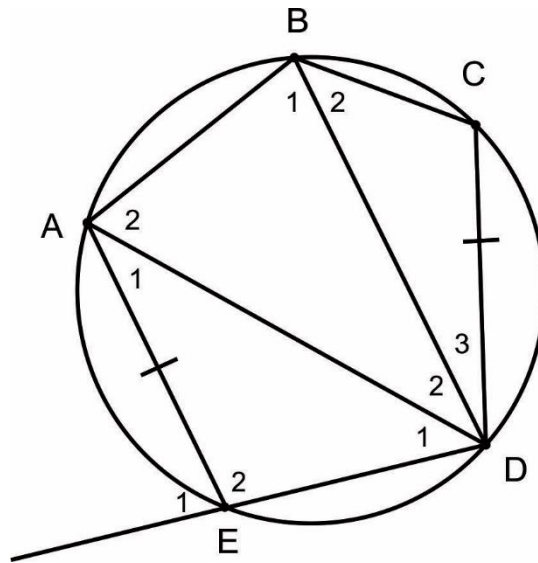


Bewys dat AEOB 'n koordevierhoek is.

(7)

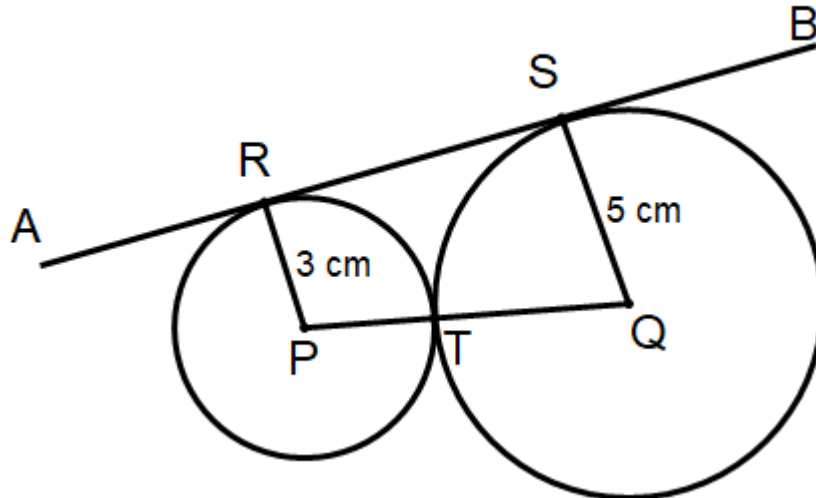
(b) In die diagram hieronder:

- A, B, C, D en E lê op die sirkel.
- $AE = CD$ .



Bewys dat  $\hat{B}_1 - \hat{B}_2 = \hat{A}_1$ .

- (c) In die diagram:
- P en Q is die middelpunte van twee sirkels.
  - Sirkel P het 'n radius van 3 cm en sirkel Q het 'n radius van 5 cm.
  - Die twee sirkels raak mekaar by T.
  - AB is 'n gemeenskaplike raaklyn aan die sirkels by R en S.



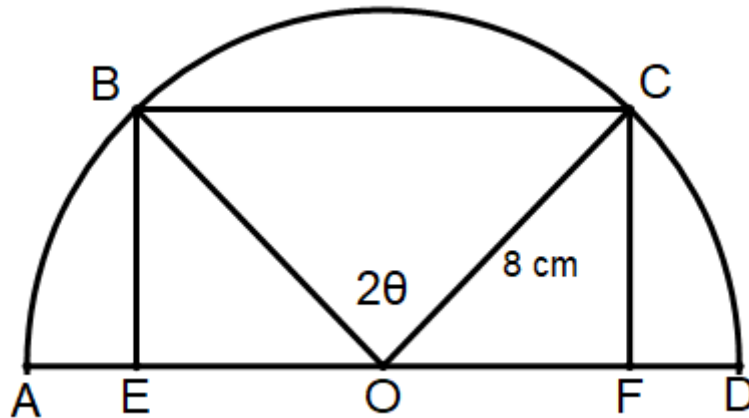
Bepaal die lengte van RS.

(7)  
[20]

**VRAAG 14**

In die diagram:

- Reghoek EBCF is ingeskryf in 'n halfsirkel met middelpunt O.
- Radius van die halfsirkel is 8 cm.
- $\hat{B}OC = 2\theta$



- (a) Indien die omtrek van die reghoek EBCF deur  $P$  verteenwoordig word, toon dat  $P = 16\cos\theta + 32\sin\theta$ .

(4)



- (b) Indien verder gegee word dat  $P = 16\sqrt{5} \sin(\theta + \alpha)$  en  $\alpha$  'n skerphoek is, bepaal die waarde van  $\alpha$ .

(3)  
[7]

**77 punte**

**Totaal: 150 punte**

**BYKOMENDE SPASIE (ALLE vrae)**

**ONTHOU OM DUIDELIK BY DIE VRAAG AAN TE DUI DAT JY DIE BYKOMENDE SPASIE GEBRUIK HET OM TE VERSEKER ALLE ANTWOORDE WORD NAGESIEN.**



