



# basic education

Department:  
Basic Education  
**REPUBLIC OF SOUTH AFRICA**

**NASIONALE  
SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 11**

**WISKUNDE V2**

**NOVEMBER 2019**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

**Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye en 'n 21 bladsy-antwoordeboek.**



**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit ELF vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders aangedui.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders aangedui.
8. Skryf netjies en leesbaar.



**VRAAG 1**

Mary wil 'n motor koop en besoek 'n gewilde webtuiste. Sy vind 'n aantal advertensies vir die fabriek motor wat sy graag wil koop. Sy som die verkoopspryse (in duisende rand) van die motors wat te koop aangebied word, in die kumulatiewefrekwensie-tabel hieronder op.

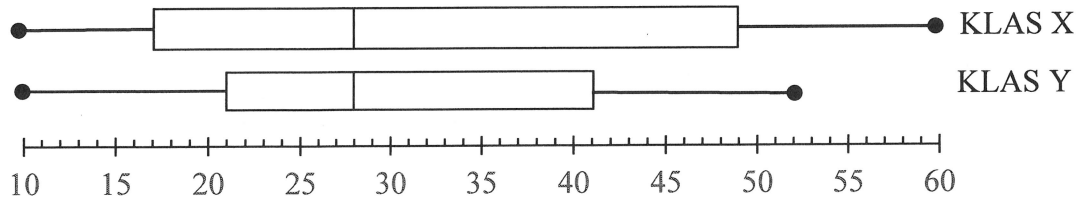
<b>VERKOOPSPRYS (IN DUISENDE RAND)</b>	<b>FREKWENSIE</b>	<b>KUMULATIEWE FREKWENSIE</b>
$50 \leq x < 60$	3	3
$60 \leq x < 70$	4	7
$70 \leq x < 80$	<i>a</i>	14
$80 \leq x < 90$	19	33
$90 \leq x < 100$	12	<i>b</i>
$100 \leq x < 110$	5	50

- 1.1 Skryf die waardes van *a* en *b* neer. (2)
- 1.2 Teken 'n kumulatiewefrekwensie-grafiek (ogief) van die data op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf word. (3)
- 1.3 Mary wil 'n maksimum van R95 000 spandeer. Gebruik die kumulatiewefrekwensie-grafiek om die getal motors te skat wat in die prysklas wat Mary kan bekostig, te koop aangebied word. (1)
- [6]



**VRAAG 2**

2.1 Twee klasse het 'n Wiskundetoets geskryf wat 'n maksimum punt van 60 het. Die uitslae van elke klas is in die mond-en-snordigramme hieronder opgesom.



2.1.1 Lewer kommentaar oor die skeefheid in klas X se uitslae. (1)

2.1.2 In watter klas is die standaardafwyking van die punte die grootste? (1)

2.1.3 Lewer kommentaar oor die gemiddelde prestasie in die toets van die twee klasse. Gebruik relevante statistiek om jou argument te ondersteun. (2)

2.2 Die tyd, in minute, is opgeteken wat dit geneem het om die eerste doel in sewe voetbalwedstryde aan te teken. Die tye, in stygende volgorde, word deur  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$  en  $g$  in die tabel hieronder voorgestel.

$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Die volgende waarnemings is oor die data gemaak:

- Al hierdie doele is op verskillende tye aangeteken.
- Die minimum tyd vir die eerste doel was 5 minute.
- Die variasiewydte van die tye was 48 minute.
- Die mediaantyd was 22 minute.
- Die verskil tussen die tyd by die laer kwartiel en die minimum tyd was 7 minute.
- Die IKV ('IQR') van die tye was 28 minute.
- Die gemiddelde tyd was 27 minute.
- $e = 2c$

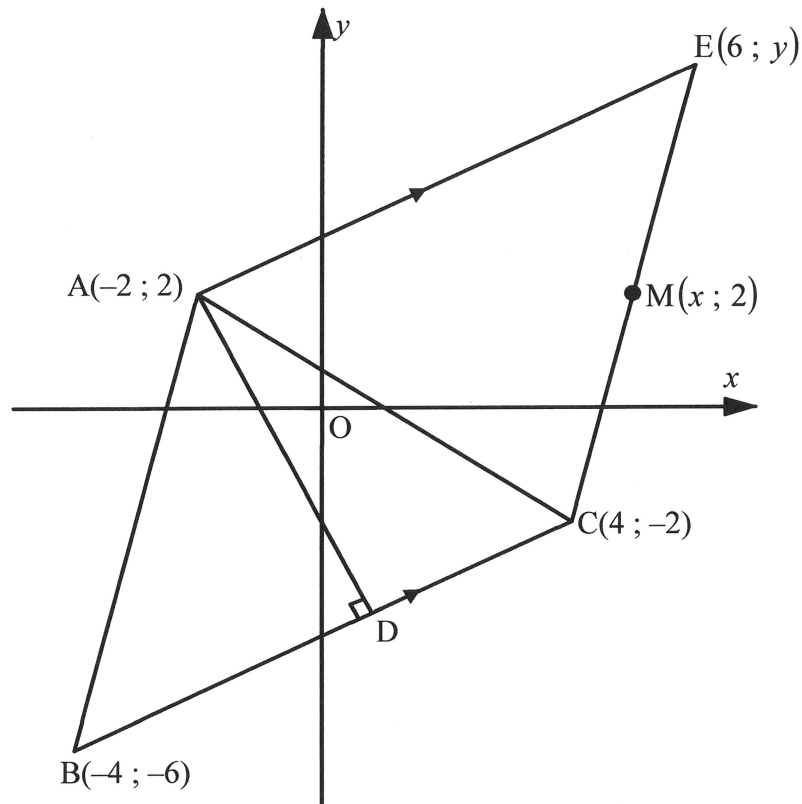
2.2.1 Bepaal die waardes van  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$  en  $g$ . (8)

2.2.2 Indien die standaardafwyking van die datastel 15,87 minute is, hoeveel doele is binne EEN standaardafwyking van die gemiddelde tyd aangeteken? (3)  
[15]



**VRAAG 3**

In die diagram is  $A(-2 ; 2)$ ,  $B(-4 ; -6)$ ,  $C(4 ; -2)$  en  $E(6 ; y)$  die hoekpunte van 'n vierhoek met  $AE \parallel BC$ .  $D$  lê op  $BC$  sodanig dat  $AD \perp BC$  en  $AC$  is getrek.  $M(x ; 2)$  is 'n punt op  $EC$ .

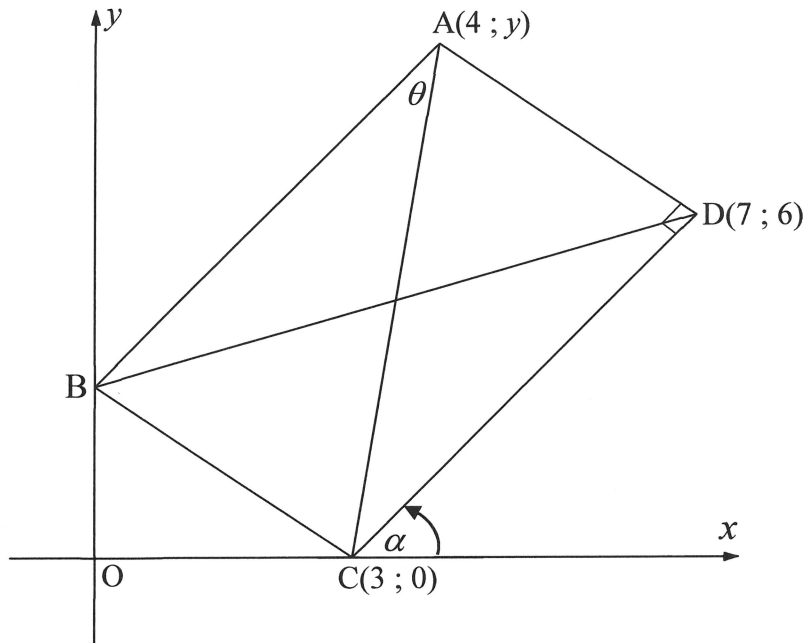


- 3.1 Bereken die gradiënt van  $BC$ . (3)
- 3.2 Indien  $M$  die middelpunt van  $EC$  is, bepaal die waardes van  $x$  en  $y$ . (3)
- 3.3 Bereken die lengte van  $BC$ . (2)
- 3.4 Indien daar verder gegee word dat  $AE = \sqrt{80}$ , aan watter groep spesiale vierhoeke behoort  $ABCE$ ? (1)
- 3.5 Bepaal die vergelyking van  $AD$  in die vorm  $y = mx + c$ . (3)
- 3.6 Bereken die koördinate van  $D$ . (5)
- 3.7 Bepaal die oppervlakte van  $\triangle AEC$ . (3)

**[20]**

**VRAAG 4**

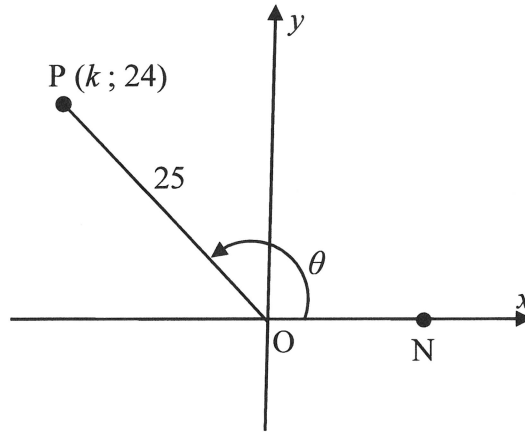
In die diagram is B 'n punt op die  $y$ -as.  $A(4 ; y)$ , B,  $C(3 ; 0)$  en  $D(7 ; 6)$  is die hoekpunte van reghoek ABCD. Hoeklyne BD en AC is getrek. Die inklinasie van DC is  $\alpha$  en  $\hat{BAC} = \theta$ .



- 4.1 Bepaal die gradiënt van CD. (2)
- 4.2 Bereken die grootte van  $\alpha$ . (2)
- 4.3 Bepaal die waarde van  $y$ . (4)
- 4.4 Bereken die grootte van  $\theta$ . (5)
- [13]

**VRAAG 5**

- 5.1 In die diagram hieronder is  $P(k; 24)$  'n punt in die tweede kwadrant sodanig dat  $OP = 25$  eenhede.  $N$  is 'n punt op die positiewe  $x$ -as en  $\widehat{PON} = \theta$ .



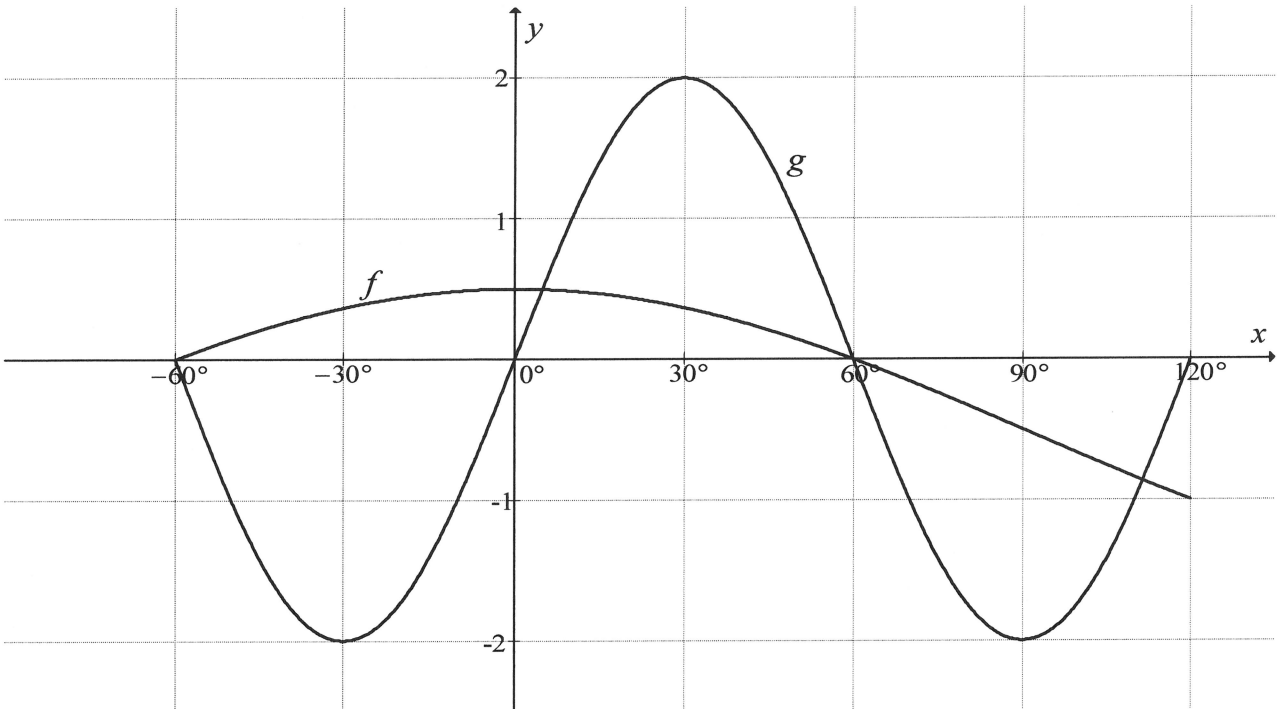
SONDER om die grootte van  $\theta$  te bereken, bepaal die waarde van die volgende:

- 5.1.1  $k$  (2)
- 5.1.2  $\tan \theta$  (1)
- 5.1.3  $\sin \alpha$  indien  $\theta + \alpha = 360^\circ$  (3)
- 5.1.4  $\cos^2 \theta - \sin^2 \alpha$  (3)
- 5.2 Vereenvoudig SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik:
- $$\frac{\cos 210^\circ \cdot \tan 135^\circ}{\sin(-60^\circ) \cdot \cos 420^\circ} \quad (5)$$
- 5.3 Bewys die identiteit:
- $$\frac{1}{\tan^2 x} - \cos^2 x = \frac{\cos^4 x}{\sin^2 x} \quad (4)$$
- 5.4 Bepaal die algemene oplossing van  $\sqrt{2} \sin x \cos x = \cos x$ . (6)

**[24]**

**VRAAG 6**

Die grafieke van die funksies  $f(x) = \cos x + q$  en  $g(x) = 2 \sin bx$  vir  $x \in [-60^\circ; 120^\circ]$  is hieronder getrek.

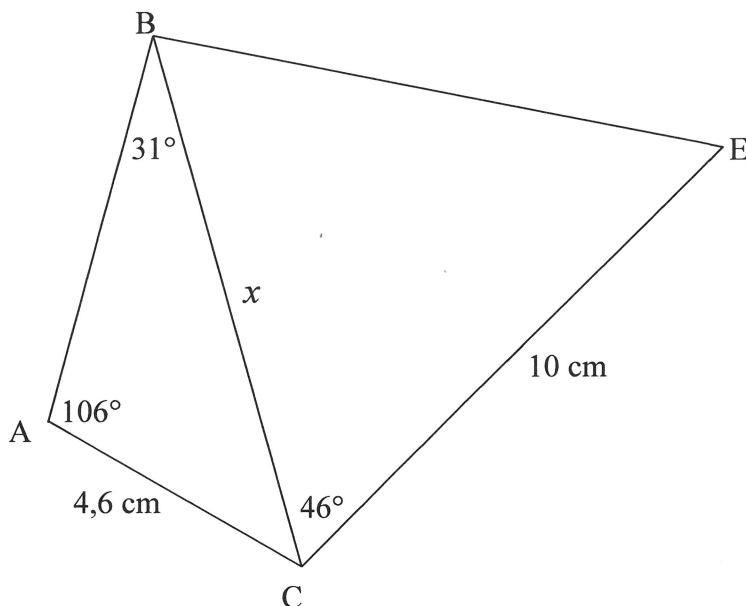


- 6.1 Skryf die koördinate van die maksimum draaipunt van  $g$  in die gegewe interval neer. (1)
  - 6.2 Bepaal die waardes van  $x$  waar  $f$  streng stygend in die gegewe interval is. (2)
  - 6.3 Bepaal die waardes van  $q$  en  $b$ . (2)
  - 6.4 Gebruik jou grafieke om die waardes van  $x$  te bepaal waarvoor  $2 \cos x \sin 3x - \sin 3x \geq 0$  is. (4)
- [9]**



**VRAAG 7**

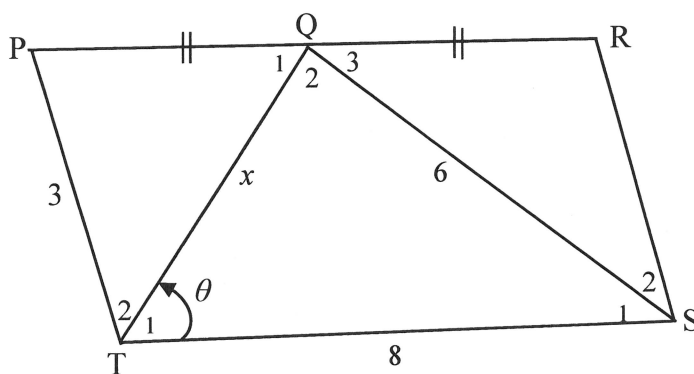
- 7.1 In die diagram is A, C, E en B die hoekpunte van 'n vierhoek.  
 $\hat{A}BC = 31^\circ$ ,  $\hat{B}AC = 106^\circ$ ,  $\hat{B}CE = 46^\circ$ ,  $AC = 4,6 \text{ cm}$ ,  $CE = 10 \text{ cm}$  en  $BC = x$ .



7.1.1 Bereken die lengte van BC. (3)

7.1.2 Bereken die oppervlakte van vierhoek ACEB. (4)

- 7.2 In die diagram hieronder is PTSR 'n parallelogram. Q is die middelpunt van PR.  
 $QS = 6$  eenhede,  $PT = 3$  eenhede,  $TS = 8$  eenhede,  $QT = x$  eenhede en  $\hat{T}_1 = \theta$ .



7.2.1 Toon dat  $\cos\theta = \frac{x^2 + 28}{16x}$  (3)

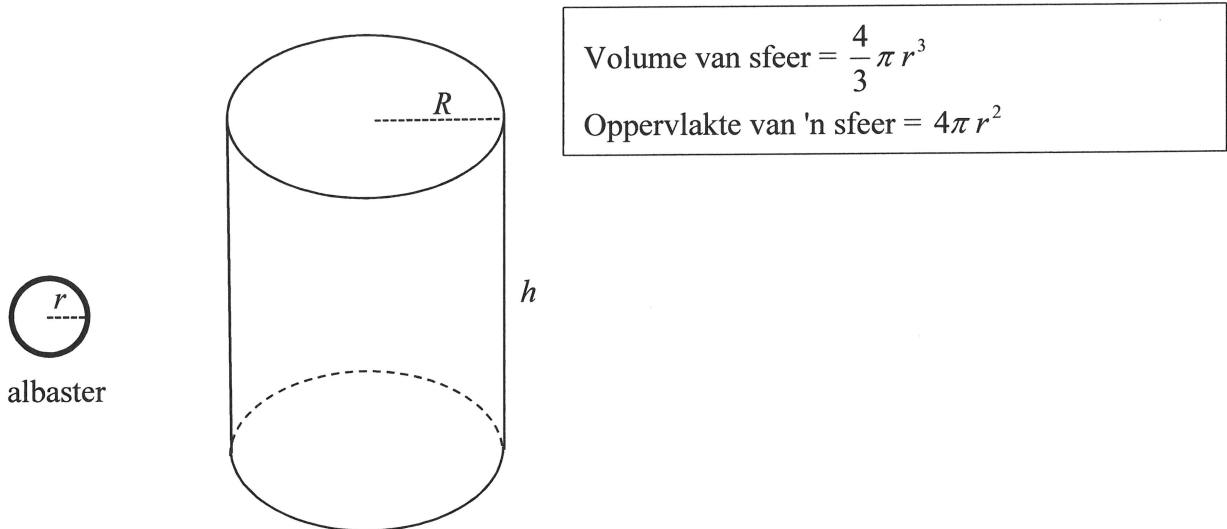
7.2.2 Bepaal vervolgens die lengte van QT. (6)

[16]



**VRAAG 8**

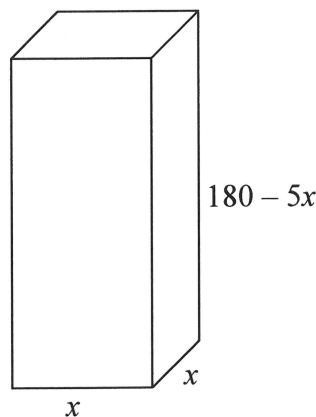
- 8.1 Die silindriese houer wat hieronder getoon word, sal met sferiese albasters gevul word. Die houer het 'n radius van  $R$  cm en 'n loodregte hoogte van  $h$  cm. Die volume van die houer is  $300 \text{ cm}^3$ . Die radius van elke albaster is  $0,75$  cm.



8.1.1 Toon dat die hoogte van die houer,  $h$ , deur  $h = \frac{300}{\pi R^2}$  gegee word. (2)

8.1.2 Die houer word met 100 albasters gevul. Water word dan in die houer gegooi totdat die water die bokant van die houer bereik. Bereken die volume water wat in die houer gegooi is. (3)

- 8.2 In die diagram hieronder het die reghoekige blok 'n vierkantige basis van  $x$  cm en 'n hoogte van  $(180 - 5x)$  cm.



Bereken die maksimum oppervlakte van die blok.

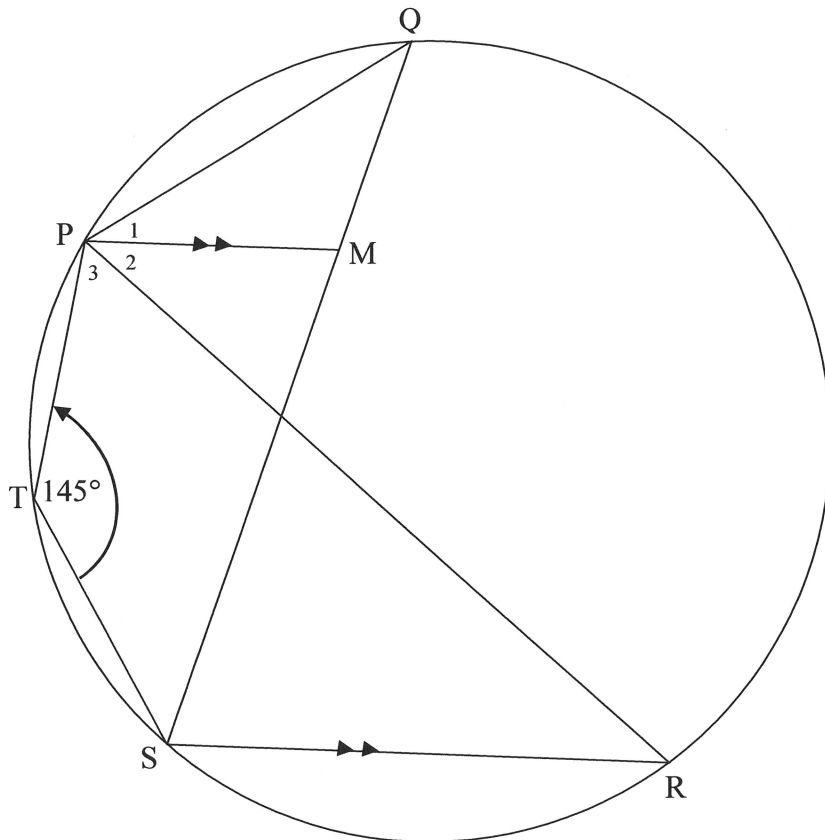
(5)  
[10]



Gee redes vir jou bewerings en berekeninge in VRAAG 9, 10 en 11.

**VRAAG 9**

In die figuur lê Q, P, T, S en R op die sirkel. M lê op QS sodanig dat  $PM \parallel SR$ .  
 $\hat{PTS} = 145^\circ$



9.1 Bereken die grootte van:

9.1.1  $\hat{Q}$  (2)

9.1.2  $\hat{R}$  (2)

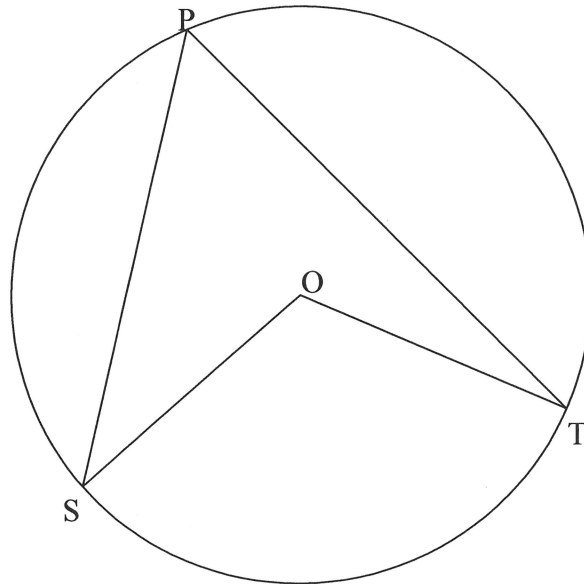
9.1.3  $\hat{P}_2$  (1)

9.2 Waarom is PR 'n raaklyn aan die sirkel wat deur P, M en Q gaan? (1)  
**[6]**



**VRAAG 10**

- 10.1 In die diagram hieronder is  $O$  die middelpunt van die sirkel.  $P$ ,  $T$  en  $S$  is punte op die omtrek van die sirkel.  $PS$ ,  $PT$  en  $OT$  is getrek.

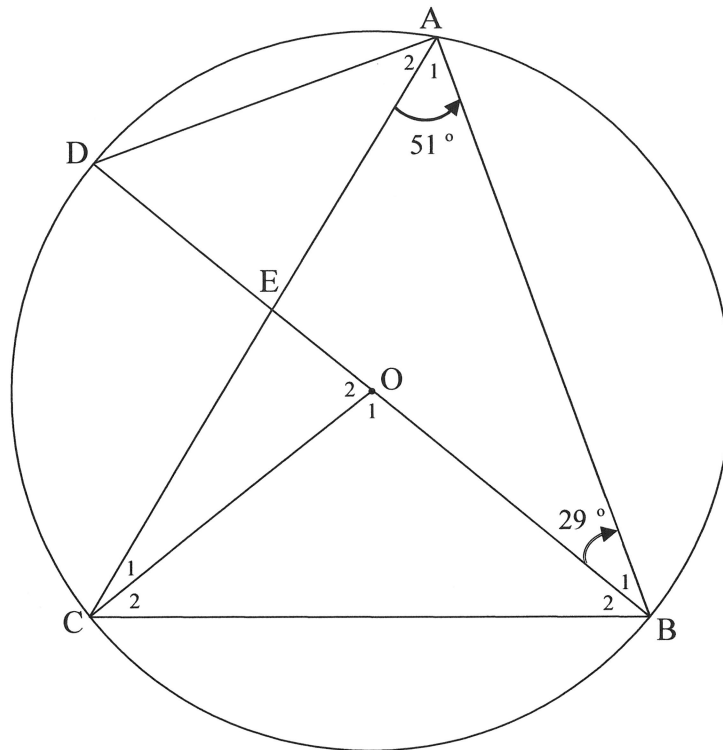


Bewys die stelling wat beweer dat  $\hat{SOT} = 2 \times \hat{SPT}$ .

(5)



- 10.2 In die diagram is  $O$  die middelpunt van die sirkel.  
 Punte  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  lê op die omtrek van die sirkel.  $BOD$  is 'n middellyn.  
 $AC$  en  $BD$  sny mekaar by  $E$ .  
 $\hat{A}_1 = 51^\circ$  en  $\hat{B}_1 = 29^\circ$ .

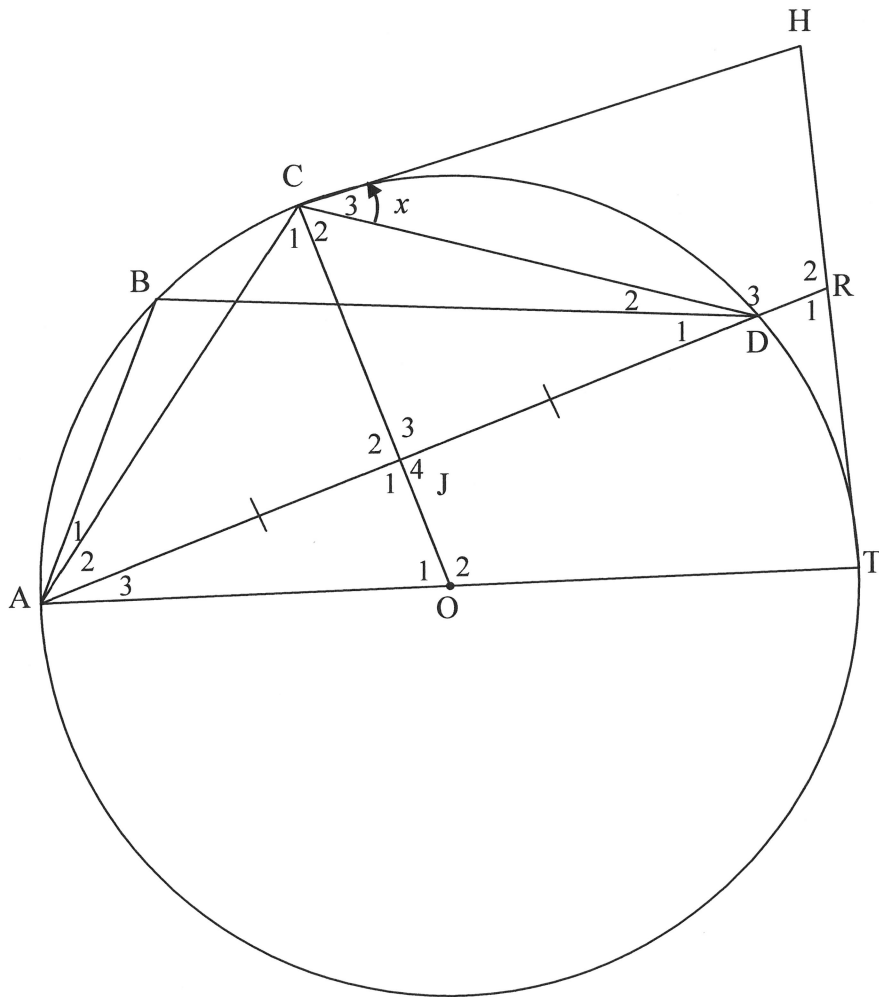


- 10.2.1 Bepaal die grootte van  $\hat{O}_1$ . (2)
- 10.2.2 Bepaal die grootte van  $\hat{A}_2$ . (2)
- 10.2.3 Bepaal die grootte van  $\hat{D}$ . (1)
- 10.2.4 Bepaal die grootte van  $\hat{A}CO$ . (3)

[13]

**VRAAG 11**

In die diagram is  $O$  die middelpunt van die sirkel deur die punte  $A, B, C, D$  en  $T$ .  
 $HC$  en  $HT$  is raaklyne aan die sirkel by  $C$  en  $T$  onderskeidelik.  
 $AD$  word verleng om  $HT$  by  $R$  te ontmoet.  
 $OC$  halveer  $AD$  by  $J$ .  
 Laat  $\hat{C}_3 = x$ .



- 11.1 Skryf neer, met 'n rede, nog 'n hoek wat aan  $\hat{C}_3$  gelyk is. (2)
- 11.2 Toon dat  $CHRJ$  'n trapesium is. (5)
- 11.3 Bewys dat  $OC, \hat{A}CD$  halveer. (3)
- 11.4 Skryf neer, met 'n rede,  $\hat{A}BD$  in terme van  $x$ . (2)
- 11.5 Bepaal  $\hat{R}_2$  in terme van  $x$ . (6)

[18]

**TOTAAL: 150**





