NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT-EKSAMEN
NOVEMBER 2018

WISKUNDE: VRAESTEL I

Tyd: 3 uur 150 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG DEUR

1. Hierdie vraestel bestaan uit 8 bladsye en 'n Inligtingsblad van 2 bladsye (i–ii). Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is.

2. Lees die vrae noukeurig deur.

3. Beantwoord al die vrae.

4. Nommer jou antwoorde presies soos die vrae genommer is.

5. Jy mag 'n goedgekeurde nieprogrammeerbare en niegrafiese sakrekenaar gebruik, tensy anders vermeld.

6. Toon **ALLE** berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik.

   Antwoorde alleen sal NIE noodwendig volpunte verdien nie.

7. Diagramme is nie noodwendig op skaal geteken nie.

8. Indien nodig, rond antwoorde af tot **EEN** desimale plek, tensy anders vermeld.

9. Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en jou werk netjies aan te bied.

AFDELING A

VRAAG 1

(a) Die 100ste term van 'n rekenkundige ry is 512 en die gemene verskil van die ry is 7. Bepaal die eerste term van die ry. (3)

(b) Die algemene term van 'n ry is $T_n = 2n + 3$.

(1) Toon dat die ry rekenkundig is. (3)

(2) Bepaal in terme van *n* 'n vereenvoudigde uitdrukking vir S_n, die som van die eerste *n* terme. (3)

(c) Beskou die gegewe kwadratiese ry: $4\,;7\,;14\,;25\,;...$
Bepaal 'n vereenvoudigde uitdrukking vir die *n*de term van die ry. (4)

[13]

VRAAG 2

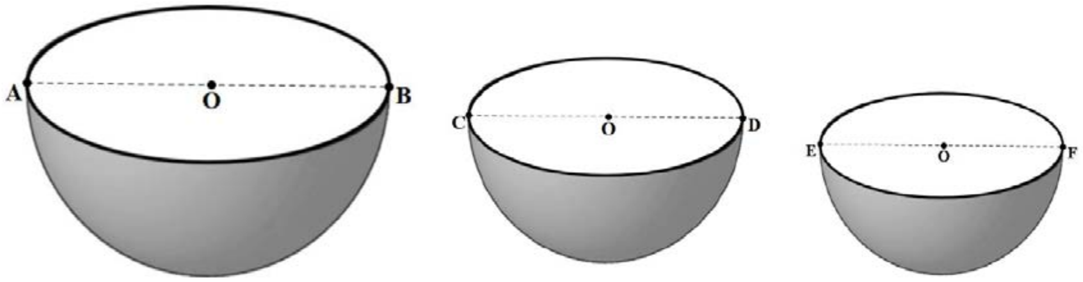
(a) Gegee: $\sum_{n=1}^{x} 108 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$

(1) Bepaal die eerste twee terme. (2)

(2) Indien $\sum_{n=1}^{x} 108 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{520}{3}$, bepaal die waarde van x. (4)

(b) Hol plastiekhemisfere word geskep sodanig dat elke opeenvolgende een in die vorige een pas.

Die radii $\text{OB} = 21$ cm, $\text{OD} = 3$ cm en $\text{OF} = \frac{3}{7}$ cm.



Bepaal die som van die buiteoppervlaktes, soos gearseer in die diagram, van al sodanige hemisfere wat geskep word deur die patroon onbepaald voort te sit.

Nuttige formule: Buiteoppervlakte van 'n hemisfeer $= 2\pi r^2$ (5)

[11]

VRAAG 3

(a) Gegee: $f(x) = x^2 - 3x - 4$ en $g(x) = x + 1$

Bereken die volgende:

(1) x, indien $\dfrac{1}{f(x).g(x)}$ ongedefinieerd is (4)

(2) x, indien $f(x) \leq 0$ (4)

(b) Beskou die vergelyking: $\sqrt{x+4} - 3 = x$.

(1) Toon sonder om die vergelyking op te los dat $x \geq -4$. (2)

(2) Los op vir x korrek tot een desimale plek. (6)

[16]

VRAAG 4

(a) Gegee: $f(x) = 2x^3$

(1) Bepaal die gemiddelde gradiënt van f tussen die punte $x = 1$ en $x = 1 + h$. (4)

(2) Bepaal vervolgens, of andersins, $f\,'(1)$. (2)

(b) Bepaal $\dfrac{dy}{dx}$: $y = \dfrac{3}{x^2} - 10\sqrt[5]{x}$ (4)

[10]

VRAAG 5

(a) Riyan het 15 jaar gelede 'n bankrekening geopen met die bedoeling om geld te spaar vir sy aftrede.

Die bank het hom 'n rentekoers van 16% per jaar maandeliks saamgestel vir die eerste 5 jaar aangebied en daarna die rentekoers verander na 11% per jaar (jaarliks saamgestel).

Riyan het 'n onmiddellike deposito van R300 000 gedoen toe hy die rekening geopen het en na afloop van 13 jaar R500 000 onttrek.

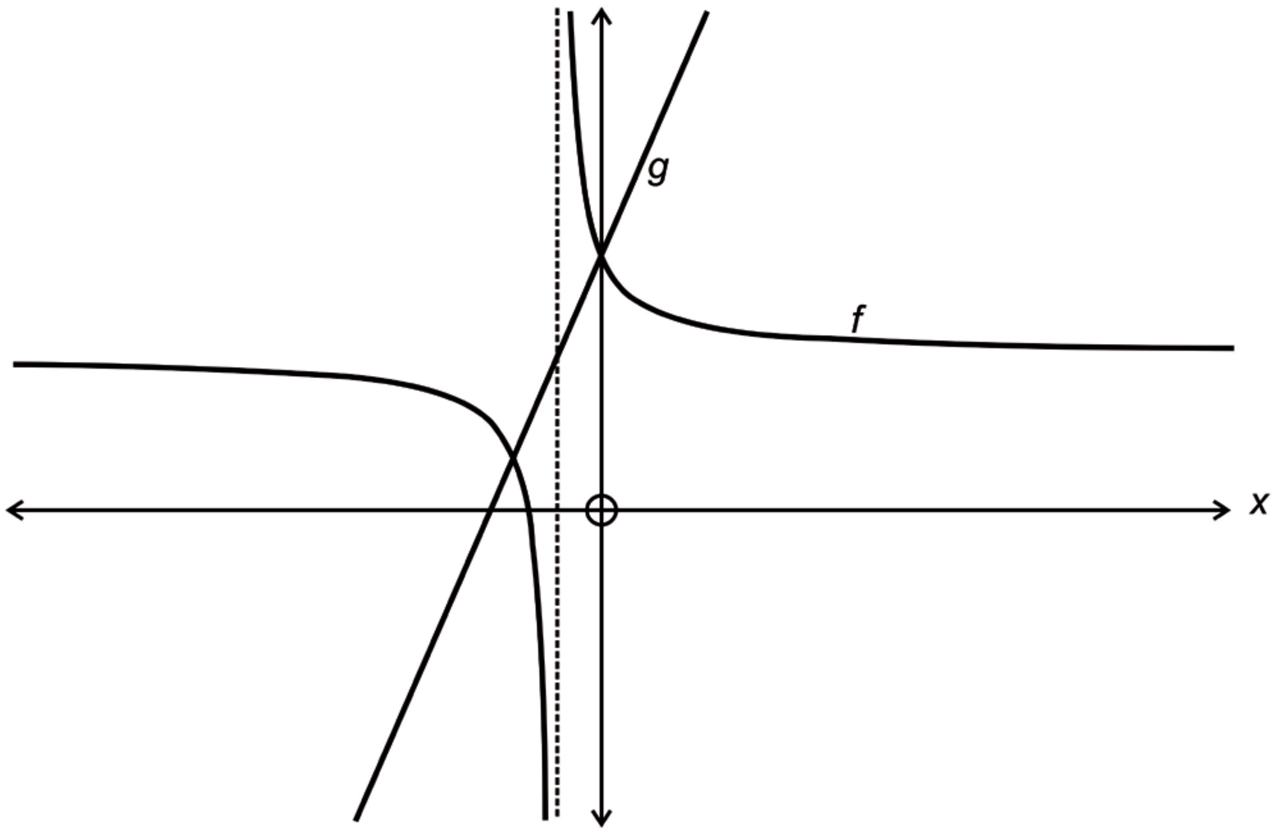
Bereken hoeveel geld hy aan die einde van die 15de jaar in hierdie rekening sou hê. (5)

(b) Indien Riyan eerder 'n aftree-annuïteit oor dieselfde tydperk van 15 jaar uitgeneem het en die versekeringsmaatskappy het hom 8% per jaar maandeliks saamgestel aangebied, wat sou sy **maandelikse paaiemente** gewees het indien hy 'n bedrag van R1 270 000 aan die einde van die 15de jaar sou gespaar het? (4)

[9]

VRAAG 6

In die diagram hieronder word die grafieke van $f(x) = \dfrac{a}{x+b} + c$ en $g(x) = 2x + 5$ gegee.



Die grafiek van *f* het 'n vertikale asimptoot by $x = -1$, die grafieke sny op die *y*-as en die grafiek van *g* sny die horisontale asimptoot van *f* by die punt $(-1\,;\,y)$.

(a) Bepaal *a*, *b* en *c*. Toon alle berekeninge. (6)

(b) Indien $f(x) = \dfrac{2}{x+1} + 3$ en $g(x) = 2x + 5$:

(1) Bepaal die *x*-afsnitte van *f* en *g*. (3)

(2) Los vervolgens, of andersins, op vir x indien $f(x).g(x) \leq 0$. (3)

(c) (1) Bepaal g^{-1}, die inverse van *g*, in die vorm $y = ...$ (3)

(2) Bepaal vervolgens, of andersins, die waardes van x waarvoor $g^{-1}(x) > g(x)$. (3)

[18]

77 punte

AFDELING B

VRAAG 7

Antwoorde alleen sal nie volpunte verdien nie.

(a) Die wortels van 'n kwadratiese vergelyking word gegee as $5-\sqrt{2}$ en $5+\sqrt{2}$. Bepaal die vergelyking in die vorm $ax^2+bx+c=0$. (4)

(b) Die vergelykings $x^2+ax+b=0$ en $x^2+bx+a=0$ het albei reëele en gelyke wortels. Los op vir a en b, waar $a>0$ en $b>0$. (7)

[11]

VRAAG 8

Katy het in Bitcoins ('n digitale geldeenheid) belê wat teen 'n koers van 200% per jaar oor 'n tydperk in waarde toegeneem het.

Haar oorspronklike belegging van *y* rand het na *x* jaar in waarde gekwadreer toe sy haar belegging verkoop het.

(a) Skryf 'n vergelyking neer wat die verhouding tussen *y* en *x* voorstel in die vorm: $y=....$ (3)

(b) Skets die grafiek van (a) en toon enige afsnitte en asimptote indien hulle bestaan. (3)

(c) Indien Katy se oorspronklike belegging R750 was:

(1) Bepaal korrek tot die naaste maand hoeveel jaar dit geneem het om in waarde te kwadreer. (3)

(2) Bepaal 'n beperking op die definisiegebied van die grafiek wat in (b) geskets is wat Katy se belegging kan voorstel. (1)

[10]

VRAAG 9

Beskou die grafieke van $g(x) = x^3 - 3x^2$ en $h(x) = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$.

(a) Bepaal of die grafiek van *h* die grafiek van *g* by sy buigpunt sny. Toon alle berekeninge. (6)

(b) (1) Bepaal die stasionêre punt(e) van $y = g'(x)$. Klassifiseer jou stasionêre punt(e). (4)

(2) Bepaal vervolgens, of andersins:

(i) die waarde(s) van *x* waarvoor *g* konkaaf afwaarts is. (1)

(ii) die gradiënt van die raaklyn aan *g* by sy buigpunt. (2)

(3) 'n Student beweer dat die gradiënt van *g* by enige punt nooit minder as -3 sal wees nie. Is die student korrek? Verduidelik. (2)

(c) Bepaal die waarde van *k* indien die grafiek van *g* geskuif word sodat die waardes van *x* waarvoor die nuwe grafiek $j(x) = (x+k)^3 - 3(x+k)^2$ afneem, tussen -3 en -1 is. (4)

[19]

VRAAG 10

(a) Gegee: $f(x) = ax^2 + bx + c$ waar $b > 2a > 0$ en $a > c > 0$

(1) Toon dat $b^2 > 4ac$. (2)

(2) Teken 'n sketsgrafiek van *f*. (4)

(b) Gegee: $g(x) = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}$ en $h(x) = 2^x + p$

(1) Skets die grafiek van *g*. (3)

(2) Bepaal die waarde(s) van *p* waarvoor $g(x) = h(x)$ slegs een wortel het. (2)

[11]

VRAAG 11

Beskou die woord: C I R C L E

Let wel: Die herhaalde letters word as identies hanteer.

(a) Indien twee letters ewekansig gekies word sonder vervanging, bepaal die waarskynlikheid dat:

(1) Albei letters "C" is. (2)

(2) Slegs een letter "C" is. (3)

(b) Bepaal die aantal verskillende 6-letterrangskikkings wat met die letters gemaak kan word. (2)

(c) Hoeveel woordrangskikkings kan gemaak word indien die woord met dieselfde letter begin en eindig? (2)

[9]

VRAAG 12

Lulu en Riempie is genooi om 'n missieltoetseksperiment waar te neem.

[<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Roland_(missile).jpg>]

Die missielingenieur het hulle ingelig dat die waarskynlikheid dat 'n missiel sy teiken sal tref 0,9 is.

Hy vra toe vir Lulu en Riempie om uit te werk wat die **minimum** aantal missiele is wat op die teiken afgevuur sal moet word om 'n 0,97-kans dat die teiken getref sal word, te verseker.

Lulu het bereken dat minstens 2 missiele op die teiken afgevuur moet word.

Riempie het bereken dat minstens 3 missiele afgevuur moet word.

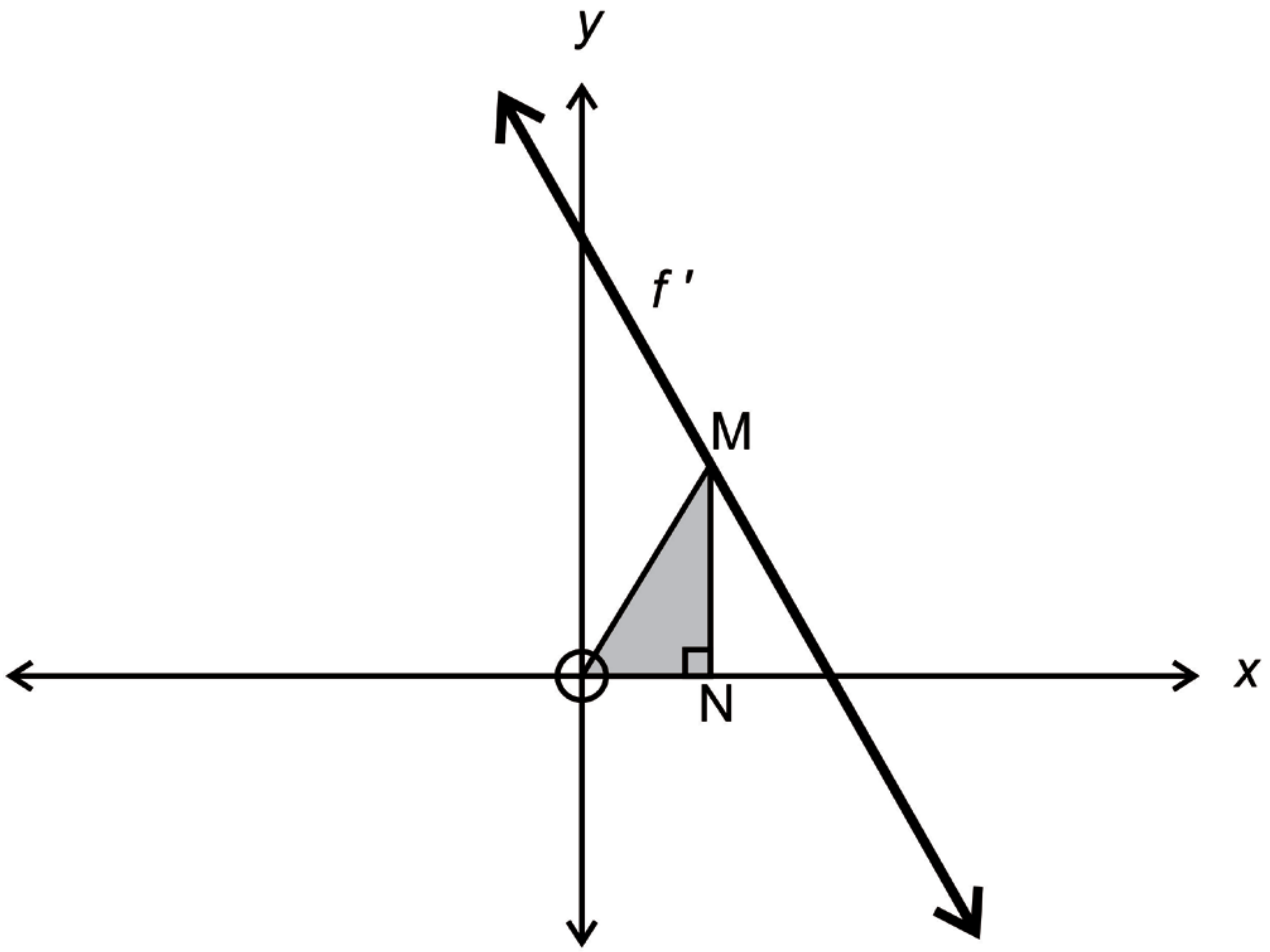
Bepaal wie korrek was. Toon alle berekeninge.

[6]

VRAAG 13

In die diagram is die hoekpunte van die gearseerde reghoekige driehoek OMN punt O $(0;0)$, die veranderlike punt N $(x_1;0)$ wat op die x-as is waar $0 \leq x_1 \leq 3$ en punt M wat op die lyn $2y + 3x - 6 = 0$ lê.

Die lyn verteenwoordig die grafiek van die eersteafgeleide-funksie van die funksie van *f*.



Die oppervlakte van die gearseerde gebied word gegee as $A = rx^2 + tx$ en $f(x) = rx^2 + bx + c$ het 'n stasionêre punt by $(x;5)$.

Bepaal of die waarde van x_1 wat die maksimum oppervlakte van ΔOMN oplewer ook die waarde is van x_2 wat die maksimum afstand tussen die grafieke van *f* en sy afgeleide f' oplewer.

Toon alle berekeninge.

[7]

73 punte

Totaal: 150 punte